



TITLE:

浅海における有限振幅波の変形に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

酒井, 哲郎

CITATION:

酒井, 哲郎. 浅海における有限振幅波の変形に関する研究. 京都大学, 1972, 工学博士

ISSUE DATE:

1972-01-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k1164>

RIGHT:

浅海における有限振幅波の変形
に関する研究

昭和46年10月

酒 井 哲 郎

浅海における有限振幅波の変形 に関する研究

昭和46年10月

酒 井 哲 郎

目 次

緒 論	1
第 1 編 浅海における波の変形に関する理論的研究	5
第 1 章 序 論	7
第 2 章 エネルギー・フラックス法による波の変形理論	11
第 1 節 概 説	11
第 2 節 波のエネルギー・フラックス	12
(1) 微小振幅波のエネルギー・フラックス	12
(2) Stokes 波のエネルギー・フラックス	13
(3) ハイパボリック波のエネルギー・フラックス	14
第 3 節 エネルギー・フラックス法による波の変形理論	16
(1) 微小振幅波による波の変形理論	16
(2) Stokes 波による波の変形理論	18
(3) ハイパボリック波による波の変形理論	20
第 4 節 結 言	22
第 3 章 斜面上の有限振幅長波理論	26
第 1 節 概 説	26
第 2 節 一様勾配斜面上の有限振幅長波の解	26
(1) 基本方程式	26
(2) 第 1 次近似解	28
(3) 第 2 次近似解	30
(4) 解の適用範囲	37
(5) 定数 a の決定	38
(6) 解の検討	41
第 3 節 数値計算結果	42
(1) 数値計算における制限	42
(2) 数値計算結果	43
第 4 節 結 言	47

第 2 編	水深減少にともなう波の変形に関する実験的研究	51
第 1 章	序 論	53
第 2 章	水深減少にともなう波高および波速の変化	55
第 1 節	概 説	55
第 2 節	理論結果と従来の実験結果	55
(1)	波高の変化	55
(2)	波速の変化	56
第 3 節	実験装置および方法	61
(1)	実験装置	61
(2)	実験方法	62
第 4 節	実験結果および考察	63
(1)	実験結果	63
(2)	考 察	70
第 5 節	結 言	74
第 3 章	水深減少にともなう合成波のスペクトル分布の変化	77
第 1 節	概 説	77
第 2 節	実験装置および方法	77
(1)	実験装置	77
(2)	実験方法	78
第 3 節	実験結果および考察	79
第 4 節	結 言	85
第 4 章	水深減少にともなう波形の変化	87
第 1 節	概 説	87
第 2 節	理論結果	87
(1)	波の峯高の変化	87
(2)	波形の非対称性の変化	90
第 3 節	実験装置および方法	90
(1)	実験装置	90
(2)	実験方法	90
第 4 節	実験結果および考察	90
(1)	実験結果	90
(2)	考 察	94
第 5 節	結 言	95

第 3 編	波の変形にともなう水粒子速度の変化に関する研究	97
第 1 章	序 論	99
第 2 章	一様水深における水粒子速度	102
第 1 節	概 説	102
第 2 節	水平方向水粒子速度の時間変化	102
(1)	実験装置	102
(2)	実験方法	103
(3)	実験結果および考察	104
第 3 節	水平方向水粒子速度の鉛直分布	108
(1)	実験装置	108
(2)	実験方法	108
(3)	実験結果および考察	109
第 4 節	結 言	114
第 3 章	水深減少にともなう水粒子速度の変化	116
第 1 節	概 説	116
第 2 節	実験装置および方法	116
(1)	実験装置	116
(2)	実験方法	116
第 3 節	実験結果および考察	117
第 4 節	結 言	121
第 4 章	砕波近傍における水粒子速度と砕波条件	123
第 1 節	概 説	123
第 2 節	実験装置、実験方法および解析方法	123
(1)	実験装置	123
(2)	実験方法	124
(3)	実験結果の解析方法	124
第 3 節	実験結果および考察	126
(1)	実験結果	126
(2)	考 察	126
第 4 節	砕波近傍における有限振幅波理論	130
第 5 節	結 言	134
結 論	137

わが国の海工学は、戦後の国土の復興にともなう、狭い国土の中で経済活動の場を海岸付近に求めた結果、海岸における人間活動の場の建設に必要な技術的基盤として発達したものである。そのような背景のもとで、はじめてわが国の海岸工学の研究者が一同に会し、その研究成果を発表したのが、昭和29年11月に開催された海岸工学研究発表会である。

そのときに発刊された研究発表会論文集の冒頭に京都大学石原藤次郎教授は、「海岸工学の現況」と題する論文を載せ、その中で特に浅海波に関する研究課題をつぎのようにまとめている。

1. 内部運動機構；*a.* 深海と碎波帯との間、*b.* 碎波するとき、*c.* 碎波後、*d.* 波の合成と干渉
2. エネルギー損失をともしない変形；*a.* 水深変化によるもの、*b.* 屈折によるもの、*c.* 回折によるもの、*d.* 流れによるもの
3. エネルギー損失をともしない変形；*a.* 碎波するとき、*b.* 海底摩擦によるもの、*c.* 海底の透水性によるもの、*d.* 粘性と乱れによるもの、*e.* 反射によるもの
4. 起源、伝わり、大きさ；*a.* 発生、*b.* 減衰を含めての予測、*c.* 波向い風と横風、*d.* 波向い波列と横波列、*e.* 統計記録の集積、*f.* 統計記録の解析

もちろん、この他にも海岸工学上の課題は多いが、いずれにせよ、上述の海岸工学研究発表会を契機として、その後多くの研究成果が生まれ、その成果は毎年開催される海岸工学講演会で発表され、今年で18回目を迎えようとしている。

さて、現在わが国は、戦後の復興の歴史を終えて、あらたにきびしい世界情勢の中でその存続を図らねばならない状況にあり、そのためには原料加工国としての性格をあらためて認識し、その活動の場をいまままで以上に海岸に求めなければならず、さらにまた、残された地球上の空間としての海洋の開発に取組まねばならない。しかも建設の規模はいままで以上に大きく費用も莫大なものとなることが予想され、その経済的・社会的問題はともかく、技術的問題に関して外的要因を与える自然現象の理解がこれまで以上に十分でなくてはならない。

このような現状を考えた場合、その技術的基礎としての海岸工学の現状は決して十分とは言えない。とくに海岸付近の波を、深海波から推算する際に十分理解しておかなければならない浅海域における波の変形現象のうち、上述の分類の2. *a.* にあたるエネルギー損失をともしない波の変形のうち的水深変化によるものについては、従来工学的に利用しうるものとして、線型波動理論である微小振幅波のエネルギー・フラックスが、水深が変化しても一定であるとして求められるものがあるのみである。また、波の変形にともしないその内部機構、すなわち上述の分類の1. *a.* 深海と碎波帯の間および *b.* 碎波するときについても、断片的な研究があるにすぎない。

水深の減少にともなう波が変形する場合、水深が浅くなって碎波点に近づくと、波高が上述の微小振幅波の理論曲線よりはるかに大きくなることから、実験および観測によって知られている。また静水面上の

波の峯高も微小振幅波理論ではつねに半波高であるが、実際にはそれ以上になり、また波形そのものも波の峯に関して対称形でなく、前かがみの非対称な形になることがよく知られている。これらの現象は、すべて波の非線型性を無視した微小振幅波理論では説明しえない。さらに碎波現象そのものも、水深減少にともなう波高が増大した最終段階に起こるものであり、もっとも非線型効果の大きい現象であるといえる。したがって、これらの問題を解決するためには、波の非線型性を考慮し、従来の線型理論である微小振幅波理論の不備を補う必要がある。

本研究は、以上の観点から波の非線型性を考慮した有限振幅波としての取扱いによって、浅海域における水深減少による波の変形とそれにもなう水粒子速度の変化を理論と実験の両面から論じたものであり、その内容を述べると次のようである。

第1編 浅海における波の変形に関する理論的研究

本編では、水深減少にともなう波の変形を理論的に究明したもので、つぎの章から構成されている。

第1章では、この問題に関する従来の理論的研究を紹介し、その内容を批判して、本論の理論的研究の目的を述べる。

第2章においては、エネルギー・フラックス法を用い、水深・波長比の小さい領域での水深減少にともなう波の変形を、非線型性を考慮した有限振幅波理論の1つであるクノイド波理論にもとづいて論じ、線型理論である微小振幅波や水深・波長比の大きい領域に対して求められている Stokes 波理論にもとづく結果と比較検討する。

第3章においては、斜面上の有限振幅長波の一般的な理論解を、浅水理論の第1近似の方程式をセツ動法を用いて解くことによって求め、とくにエネルギー・フラックス法によっては説明できない波の変形におよぼす底勾配の影響や波形そのものの変化について詳細に論じる。

第2編 水深減少にともなう波の変形に関する実験的研究

本編では、水深減少にともなう波の変形の実験を行なって、第1編で得た有限振幅波理論にもとづく理論的成果を検討するとともに、理論と実験の結果を合わせて、水深減少にともなう波の変形という海岸水理学上重要な現象の解明に努めたもので、つぎの章から構成されている。

第1章では、この問題に関する従来の実験的研究を紹介し、その内容を批判して、本編の実験的研究の目的を述べる。

第2章においては、一様勾配斜面上を進行する波の波高および波速を対象として詳細な実験を行ない、理論結果と比較検討して、水深減少にともなう波高および波速が変化する現象の究明を試みる。

第3章においては、一様斜面上を進行する合成波のスペクトル分布の変化、すなわち成分波間の相互干渉についての実験を行ない、連続なスペクトルをもつランダム波の水深減少にともなう変化を論じる際の基礎を提供する。

第4章においては、一様勾配斜面上を進行する波の峯高および波形の非対称性の変化の実験を行ない、理論結果と比較検討して、水深が減少するとともに平均水面上の波の峯高がますます高くなり、かつ波形が段々と非対称になって最後に碎けるに到るという波形変化の現象の解明を試みる。

第3編 波の変形にともなう水粒子速度の変化に関する研究

本編では、第1編および第2編で述べたように、水深減少にともなって波が変形する際の水粒子速度の変化を取扱ったもので、つぎの章から構成されている。

第1章では、この問題に関する従来の研究を紹介し、その内容を批判して、本編の研究の目的を述べる。

第2章においては、一様水深での波による水粒子速度を2種類の方法で測定し、一様水深における波動理論の適用性を水粒子速度の観点から論じる。

第3章においては、水深減少によって波が変形するとき、それにともなって変化する水粒子速度を測定し、その測定結果を波高および波形の変化と比較して、水粒子速度と波の変形との関係を解明する。

第4章においては、とくに碎波近傍の波表面の水粒子速度を高速度撮影機を用いて測定し、波形や波速との関係を検討することによって、従来の碎波条件を確かめるとともに、さらに碎波近傍での有限振幅波理論の適用性を検討する。

第 1 編

浅海における波の変形 に関する理論的研究

第 1 章 序 論

一般に、波の変形の要因としては、波そのものを発生、発達させるエネルギー源としての海面上の風のほかに、浅海域においては、水深変化 (shoaling)、屈折、海底摩擦、海底砂層への浸透、流れ、構造物や地形による回折、反射および砕波などの種々の要因が考えられる。

浅海域での波の変形は、基本的には、波の運動を支配する方程式において、上述の各要因を厳密に表現し、その解を求めることによって論じられるべきものであるが、現状においては、これらの各現象自体の理解が十分でなく、また、かりに各現象が適確に表現しえたとしても、方程式の厳密解を求めることが一般に困難な場合が多い。

いま、二次元の海浜での、水深の減少にともなう波の変形を考えた場合、水深の減少の効果が海底での境界条件のみで表現できるため、他の要因にくらべてより明確な方程式が得られる。しかしながら、波動理論そのものの特性として、方程式が非線形であるため、近似的解法、すなわち微小振幅近似あるいは浅水近似を用いて解いている。

例えば、微小振幅近似によるものとしては、Miche¹⁾、Lewy²⁾、Stoker³⁾、Friedrichs⁴⁾、Keller⁵⁾ (これらに関しては、Stoker⁶⁾ および Wehausen and Laitone⁷⁾ に詳しく説明されている)、Tlapa, Mei and Eagleson⁸⁾ および Biesel⁹⁾ などがある。これらのうち、前5者はすべて線型解を求めるにとどまっており、非線型の効果を考慮しているのは、Tlapaらのものだけである。いずれにせよこれらの研究では、数学的な解を求めるにとどまっており、その表現が複雑で、工学的立場から重要な波高、波速、波長、峯高、波形といった諸量の水深減少にともなう変化については、波形の前かがみの程度を表わす代表的な量を論じた Biesel のもの以外は、明確な表現を与えていない。

一方、浅水近似によるものとしては、本間¹⁰⁾、市栄¹¹⁾ および Carrier and Greenspan¹²⁾ のものがある。これらは、いずれも浅水理論の第1近似¹³⁾をその基本方程式としており、圧力が静水圧分布に等しいという仮定がなされている。しかしながら、本間の研究は線型解を求めるにとどまっており、市栄および Carrier and Greenspan のものは非線型項まで考慮しているが、前者は数学的に解を求めるにとどまっており、また後者の研究は斜面上の波の遡上を論じたものである。

工学的観点からすれば、波の運動を表現する方程式の厳密な解は必要でなく、むしろ波高あるいは波速といった波の特性を表現する巨視的な量の時間的あるいは空間的な変化の解明が望まれることが多い。この場合に有効な手段を与えるものが、運動学的保存および力学的保存の概念¹⁴⁾である。力学的保存の中には質量の保存、運動量の保存およびエネルギーの保存の概念がある。

とくに水深減少にともなう波の変形に関しては、波のエネルギーの保存の概念が有効であり、従来いくつかの研究がこの手法を用いて行なわれている。すなわち、波による平均のエネルギー・フラックスは水深が変化しても一定であるとして、水深減少にともなう波高、波速および波長などの変化を論じるものであって、波の平均のエネルギー・フラックスとしては、一様水深での波理論の表現を与える。水深の変化

する海底上の波のエネルギー・フラックスを、同じ水深の一樣水深の波の理論のエネルギー・フラックスで表現することは、Rayleigh¹⁵⁾の仮定によるものである。

エネルギー・フラックス法による従来の研究には、微小振幅波理論によるもの¹⁶⁾、Stokes 波の第3次近似解を用いた Méhauté and Webb¹⁷⁾のものあるいは第5次近似解を用いた Koh and Méhauté¹⁸⁾のものなどがある。微小振幅波理論によるものは、水深の減少にともなう、いったん減少した波高が増大してゆき、波速は減少するという傾向を示すが、Stokes 波理論の結果では、その傾向が沖波波形勾配が大きいくほど著しいことがわかっている。しかしながら、とくに波高増大が著しい水深・波長比の小さい領域に対しては、孤立波理論による Ippen and Kulin¹⁹⁾のものがあるが、沖波波形勾配の影響を考慮した有限振幅の周期波の理論としては、Masch²⁰⁾がクノイド波理論を用いて求めようとした試みがあるのみで、その試みも結局失敗に終わっている。

最後に、厳密な意味では理論的研究とはいえないが、いわゆる数値シミュレーションあるいは数値実験による水深減少にともなう波の変形の研究がある。たとえば、Amein²¹⁾は、浅水理論の第1近似を特性曲線法を用いて数値計算している。また、最近一般的な Navier - Stokes の方程式を用いて流体運動をシミュレートするために開発された MAC 法を、自由表面を有する流体運動のシミュレーション用に改良した SUMMAC 法を用いて、水深減少にともなう波の変形を論じた Chan, Street and Strelkoff²²⁾の研究がある。

このような数値シミュレーションによる方法は、与える条件をコントロールしやすいこと、および水理実験では測定困難な特性を容易に求めることができる点においてすぐれているが、あくまで具体的な数値を与えて、はじめて1つのケースの運動が論じられるという点では水理実験と同じであって、現象を普遍的に論じる理論的・解析的研究ではない。

本編では、以上のような従来の水深減少にともなう波の変形に関する理論的研究の状況を考え、まず、第2章で、エネルギー・フラックス法を用い、従来求められていなかった水深・波長比の小さい領域での水深減少にともなう波の変形を、非線型性を考慮した一樣水深での有限振幅波理論の1つであるクノイド波理論にもとづいて論じる。

一方、波の変形におよぼす底勾配の影響、あるいは波形そのものの变化などは、エネルギー・フラックス法では説明できない。第3章では、斜面上の有限振幅長波の一般的な理論解を求め、浅水理論の第1近似¹³⁾の方程式をせつ動法を用いて解く。しかし、従来の研究のように単に数学的解を導くだけでなくとどまらず、解の表現を従来の波理論と比較しやすいように三角関数の和として表現し、さらに工学的に重要な上述の底勾配の影響および波形の非対称化について詳細に論じる。

本編で論じられる水深減少にともなう波の変形の理論結果は、第2編における実験的研究の理論的基礎を与えるものである。

参 考 文 献

- 1) Miche, A. : Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante, Annales des ponts et chaussées, pp. 25~78, 131~164, 270~292, 369~406, 1944.
- 2) Lewy, H. : Water waves on sloping beaches, Bulletin of the American Math. Soc., Vol. 52, 1946.
- 3) Stoker, J. J. : Surface waves in water of variable depth, Quarterly of Appl. Math., Vol. V, No. 1, pp. 1~54, 1947.
- 4) Friedrichs, K. O. : Water waves on a shallow sloping beach, Commun. on Pure and Appl. Math., Vol. 1, pp. 109~134, 1948.
- 5) Keller, J. B. : Surface waves on water of non-uniform depth, Jour. of Fluid Mech., Vol. 4, pp. 607~614, 1958.
- 6) Stoker, J. J. : Water Waves, Interscience Pub. Inc., New York, pp. 69~84, 95~109, 1957.
- 7) Wehausen, J. V. and E. V. Laitone : Surface Waves, Encyclopedia of Physics ed. by S. Flügge, Springer - Verlag, Berlin, pp. 525~552, 1960.
- 8) Tlapa, G. A., C. C. Mei and P.S. Eagleson : An asymptotic theory for water waves on beaches of mild slope, M. I. T. Hydrodynamics Lab. Report No. 90, 1966.
- 9) Biesel, F. : Study of wave propagation in water of gradually varying depth, Gravity Waves Circular No. 521, National Bureau of Standard Washington D. C., 1951.
- 10) 本間 仁 : 長波の変形について, 土木学会誌第19巻, 1933.
- 11) Ichiye, T. : Some remarks on the non linear theory of shallow water waves on a sloping beach, The Oceanographical Mag., Vol. 4, No. 4, Japan Meteorological Agency, pp. 159~166, 1953.
- 12) Carrier, G. H. and H.P. Greenspan : Water waves of finite amplitude on a sloping beach, Jour. of Fluid Mech., Vol. 4, pp. 97~109, 1958.
- 13) Stoker, J. J. : Water Waves, Interscience Pub. Inc., New York, pp. 22~25, 1957.
- 14) Phillips, O. M. : The Dynamics of the Upper Ocean, Cambridge Univ. Press, pp. 43~63, 1966.
- 15) Rayleigh, Lord : Hydrodynamical notes, Phil. Mag., Ser. 6, Vol. 21, pp. 177~187, 1911.
- 16) Mason, M. A. : The transformation of waves in shallow water, Proc. of the 1st Conf. on Coastal Eng., pp. 22~32, 1950.
- 17) Le Méhauté, B. and L. M. Webb : Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order of approximation, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 23~40, 1964.
- 18) Koh, R. C. Y. and B. Le Méhauté : Wave shoaling, National Engineering Science Co.,

Jan., 1966.

- 19) Ippen, A. T. and G. Kulin : The shoaling and breaking of the solitary wave, Proc. of the 5th Conf. on Coastal Eng., pp. 27 ~47, 1954.
- 20) Masch, F. D. : Cnoidal waves in shallow water, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 1~21, 1964.
- 21) Amein, M. : A method for determining the behavior of long waves climbing a sloping beach, Jour. of Geophys. Res., Vol. 71, No. 2, pp. 401~410, Jan., 1966.
- 22) Chan, R. K. C., R. L. Street and T. Strelkoff : Computer studies of finite - amplitude water waves, Stanford Univ., Dept. of Civil Eng., Tech. Report No. 104, Jun., 1969.

第2章 エネルギー・フラックス法による波の変形理論

第1節 概説

いま、2次元の海浜 ($x-z$ 平面) を考えれば、平均の波のエネルギー・フラックスを \overline{W} として、水深が変化しても波のエネルギー・フラックスが一定であるという仮定は、次式で与えられる。

$$\overline{W} = \overline{W}_0 \dots\dots\dots (1.2.1)$$

ここで \overline{W}_0 は、深海における \overline{W} である。エネルギー・フラックス法による従来の研究としては、第1章で述べたように、 \overline{W} としてどのような一様水深の波動理論を用いるかによっていくつかの研究がある。

従来一様水深の波動理論として、波形勾配 H/L (ここで、 H および L は図-1.2.1に示すように、波高および波長である) が小さいとして非線型項を無視した微小振幅波理論と、非線型項を考慮した有限振幅波理論とがある。

有限振幅波理論の1つである Stokes 波理論は無限級数の形で表現されるが、波形勾配が大きくなると、あるいは水深・波長比が小さくなると、級数の収束性が悪くなり適用できなくなる。水深を h 、静水面からの波の峰高を η_0 とした場合 (図-1.2.1)、Stokes 波理論の適用範囲として、Keulegan¹⁾ は $h/L \geq 1/10$ 、Laitone²⁾ は $h/L \geq 1/8$ 、Wilson, Webb and Hendrickson³⁾ は $h/L \geq (\eta_0/L)^{1/3}$ を与えている。

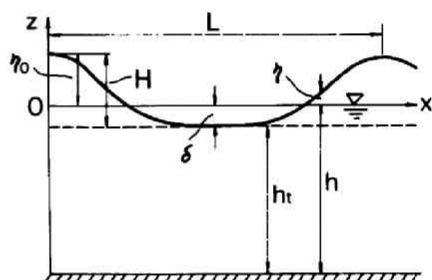


図-1.2.1 座標系

一方、水深が波長にくらべて小さくなくても波形を変えることなく伝播する有限振幅波として、Korteweg and De Vries⁴⁾ によって名づけられたクノイド波は、Laitone⁵⁾ が Friedrichs⁶⁾ の展開法を用いてその第2近似解を求め、さらに Chappellear⁷⁾ が第3近似解を求めた。孤立波理論は、このクノイド波理論において波長が無限大になった場合と考えられる。これらのクノイド波の解は、水深・波長比が小さいとして求められたものであり、Stokes 波理論とは逆に水深・波長比が大きくなると適用できないことが考えられる。

以上の2つの有限振幅波理論の適用性に関しては、従来多くの研究がなされ (たとえば参考文献8))、その結果 H/h の値によって若干の相違はあるが、 $T\sqrt{g/h}$ (T : 波の周期, g : 重力加速度) がある値より大きくなるとクノイド波理論を用いるべきであることがわかった。しかし、クノイド波理論には Jacobi のだ円関数や第1種および第2種の完全だ円積分が含まれるため⁵⁾、その数学的取扱いが面倒で実用性に乏しい。クノイド波理論の取扱いの困難さを解決するため、岩垣⁹⁾ は第1種完全だ円積分 K の値が3以上の場合に Jacobi のだ円関数が近似的に双曲線関数で表現されることに注目して、Laitone⁵⁾ のクノイド波の理論式を初等関数表示し、それをハイパボリック波と名づけた。

第1章で述べたように、エネルギー・フラックス法による水深変化にともなう波の変形に関する研究には、波のエネルギー・フラックスとして用いた波動理論によって、従来は、微小振幅波理論によるもの¹⁰⁾、孤立波理論によるもの¹¹⁾、および Skjelbreia¹²⁾による Stokes 波の第3次あるいは Skjelbreia and Hendrickson¹³⁾による第5次の近似解を用いたもの¹⁴⁾、¹⁵⁾がある。

一方、水深の減少にともなう波の変形に関する実験的研究としては、とくに波高の変化に関して Wiegel¹⁶⁾、Iversen¹⁷⁾あるいは Eagleson¹⁸⁾のものがある。これらの実験結果は大きくばらついているが、少なくとも共通の傾向として、水深・波長比の小さい領域で、沖波波形勾配の小さい波の波高が微小振幅波理論による理論値よりかなり大きくなるという事実が認められる。Stokes 波理論を用いた Méhauté and Webb の波高変化の曲線のみでは実験事実を説明するのに十分でなく、水深・波長比がもっと小さい領域での理論が必要とされてきた。こうした小さい水深・波長比の領域に対しては、従来、微小振幅波理論によるものが適用されてきたが、それでは波高がこの領域で水深の減少とともに急激に増加する実験事実を説明することができない。このような水深・波長比の小さい領域での実験事実を説明するためには、波のエネルギー・フラックスとして、クノイド波あるいはその近似表現であるハイパボリック波理論⁹⁾を用いるべきと考えられる。

本章では、まず第2節で、すでに求められている微小振幅波および Stokes 波のエネルギー・フラックスを簡単に説明したのち、あらたにクノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波理論のエネルギー・フラックスを計算した結果を述べる。

つづいて第3節は、以上の3つの波理論にもとづき、エネルギー・フラックスが一定と仮定することによって水深減少にともなう波の変形の理論式を求めるが、とくに著者が理論式の誘導に成功したハイパボリック波理論による波の変形に関して詳しく検討する。

第2節 波のエネルギー・フラックス

単位時間に単位幅を通過して輸送される平均の波のエネルギー \overline{W} は、次式によって表わされる¹⁹⁾。

$$\overline{W} = -\frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h}^{\eta} u \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial t} d\mathbf{z} \cdot d\mathbf{t} \dots\dots\dots (1.2.2)$$

ここで、 ρ は水の密度、 φ は速度ポテンシャル、 \mathbf{z} および η は図-1.2.1に示すように、静水面を原点として鉛直上向きにとった座標および静水面からの水位であり、 u は波の進行方向にとった座標 x の方向の水粒子速度成分である。

(1) 微小振幅波のエネルギー・フラックス

微小振幅波理論による波のエネルギー・フラックス \overline{W} は、 η 、 u および φ に微小振幅波理論の解を代入すると、次式のように求められる。

$$\overline{W} = \frac{1}{16} \rho g H^2 \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \cdot \left(1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh 4\pi h/L}\right) \dots\dots\dots (1.2.3)$$

上式は、微小振幅波の波の全エネルギー (1/8) $\rho g H^2$ とその群速度

$$c_g = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \cdot \left(1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh 4\pi h/L}\right)$$

との積になっており、波の全エネルギーが群速度 c_g で輸送されるともいえる。

(2) Stokes 波のエネルギー・フラックス

Stokes 波理論のエネルギー・フラックスは、Méhauté and Webb¹⁴⁾ が Skjelbreia¹²⁾ の第3次近似解を用いて次式のように計算している。

$$\overline{W} = \frac{\pi \rho C_3^2 \lambda^2}{8 k^2 T} \cdot \frac{1}{S h^2} \cdot (F_0 + F_2 \cdot \lambda^2) \dots\dots\dots (1.2.4)$$

ここに、 k は波数 ($= 2\pi/L$) であり、 C_3 、 λ 、 F_0 および F_2 はそれぞれつぎのように与えられる¹⁴⁾。

$$C_3^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \cdot \left(1 + \frac{8 Ch^4 - 8 Ch^2 + 9}{8 Sh^4} \cdot \lambda^2\right) \dots\dots\dots (1.2.5)$$

$$\lambda^3 \cdot \frac{3(8 Ch^6 + 1)}{64 Sh^6} + \lambda = \pi \frac{H}{L} \dots\dots\dots (1.2.6)$$

$$F_0 = 4(Sh \cdot Ch + k \cdot h) \dots\dots\dots (1.2.7)$$

$$F_2 = \frac{Sh \cdot Ch + k \cdot h}{4 Ch^6} \cdot (-20 Ch^6 + 16 Ch^4 + 4 Ch^2 + 9) \\ + \frac{Sh \cdot Ch}{2 Sh^4} \cdot (16 Ch^4 + 2 Ch^2 + 9) \dots\dots\dots (1.2.8)$$

ただし、 $Sh = \sinh kh$ 、 $Ch = \cosh kh$ である。

(3) ハイパボリック波のエネルギー・フラックス

波のエネルギー・フラックスを与える(1.2.2)式において、 z の原点を波の谷の高さにとり、ベルヌーイの定理を用いると、 \overline{W} は次式のように変形される。

$$\overline{W} = \frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h_t}^{\eta} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right\} \cdot u \cdot dz \cdot dt \dots \dots \dots (1.2.9)$$

ここに、 h_t は図-1.2.1に示すように底面から波の谷までの高さであり、 w は z 方向水粒子速度、 p は圧力である。ただし、 η は図-1.2.1と違って波の谷からの水位である。クノイド波理論の波のエネルギー・フラックスの計算は、すでに Masch²⁰⁾が行っており、それを用いて水深減少にともなう波の変形の計算を試みたが、不成功に終わっている。ここでは、Laitone⁵⁾のクノイド波理論の初等関数表示であるハイパボリック波理論⁹⁾を用いて波のエネルギー・フラックスを計算することにする。

ハイパボリック波理論の第1近似式を用いた \overline{W} の計算は、すでに岩垣⁹⁾が行っており、 H/h の値の小さい場合には次式で与えられる。

$$\overline{W} = \frac{2}{3} \rho g \sqrt{gh_t} H^2 \frac{1}{K} \dots \dots \dots (1.2.10)$$

ただし、 K は第1種完全な円積分で、 H/h の値の小さい場合には、次式で与えられる。

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h_t}} \cdot \left(\frac{H}{h_t} \right)^{1/2} \dots \dots \dots (1.2.11)$$

さて、ハイパボリック波理論の第2近似式の波形 η 、 x 方向水粒子速度 u 、 z 方向水粒子速度 w および圧力 p は、それぞれ以下の式で与えられる。

$$\frac{\eta}{H} = \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) - \frac{3}{4} \frac{H}{h_t} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \cdot \left\{ 1 - \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} \dots \dots \dots (1.2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{u}{\sqrt{gh_t}} &= \frac{H}{h_t} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \cdot \left[1 - \frac{5}{4} \frac{H}{h_t} - \frac{3}{2} \frac{H}{h_t} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \\ &+ \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \operatorname{sech}^4 \left(\frac{2K}{L} X \right) \cdot \left[\frac{5}{4} + \frac{9}{4} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \end{aligned}$$

$$-\frac{H}{h_t} \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{H}{h_t} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{4} \right) \right\} \dots\dots\dots (1.2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{w}{\sqrt{g h_t}} &= \left(1 + \frac{z}{h_t} \right) \sqrt{3} \left(\frac{H}{h_t} \right)^{3/2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \cdot \tanh \left(\frac{2K}{L} X \right) \\ &\times \left[1 - \frac{7}{8} \frac{H}{h_t} - \frac{1}{2} \frac{H}{h_t} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right. \\ &\left. - \frac{1}{2} \frac{H}{h_t} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \cdot \left\{ 1 - 6 \frac{z}{h_t} - 3 \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \right] \dots\dots\dots (1.2.14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho g H} &= \frac{\eta - z}{H} - \frac{3}{4} \frac{H}{h_t} \left\{ 2 \frac{z}{h_t} + \left(\frac{z}{h_t} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ 2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right. \\ &\left. - 3 \operatorname{sech}^4 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\} \dots\dots\dots (1.2.15) \end{aligned}$$

ただし、 $X = x - c \cdot t$ であり、 c は波速である。

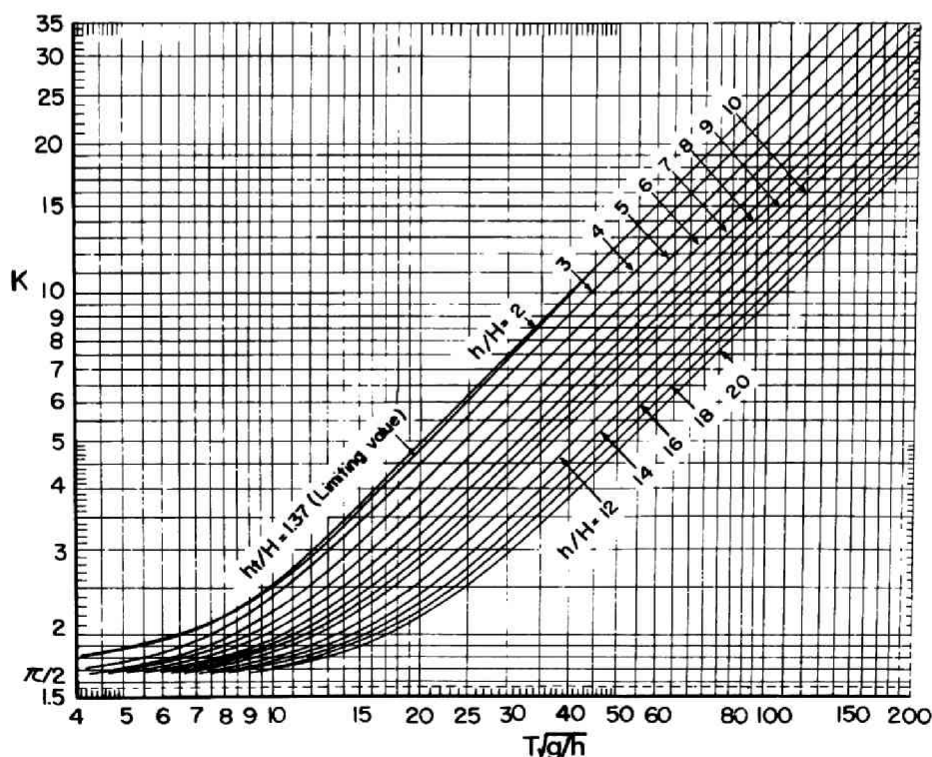


図-1.2.2 K と $T\sqrt{g/h}$ および H/h との関係²¹⁾

Laitone⁵⁾ のクノイド波の第2近似解における第1種完全円積分 K と $T\sqrt{g/h}$ および H/h との関係は、すでに図-1.2.2のように与えられており²¹⁾、さらにこの関係は $K \geq 3$ の場合には次式で近似的にあらわされる⁹⁾。

$$\frac{K}{T\sqrt{g/h}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left[1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right]^{1/2} \dots\dots\dots (1.2.16)$$

この関係は、 $H/h \leq 0.55$ では近似が良好であるが、 $H/h > 0.55$ では K の値がやや小さく求められるので、この範囲での近似式として、次式の関係が提案される。

$$\frac{K}{T\sqrt{g/h}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left[1 - 0.54 \left(\frac{H}{h}\right)^{3/2}\right] \dots\dots\dots (1.2.17)$$

(1.2.12), (1.2.13), (1.2.14) および (1.2.15) 式を (1.2.9) 式に代入し、 $K \geq 3$ の条件から $\tanh K \approx 1$ であることを考慮し、 $(H/h_t)^3$ 以上の高次の項を無視すると、ハイパボリック波の単位時間に単位幅を通過して輸送される平均のエネルギー \overline{W} は、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \overline{W} = & \frac{2}{3} \rho g H^2 \sqrt{g h_t} \cdot \frac{1}{K} \left[1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \right] \dots\dots\dots (1.2.18) \end{aligned}$$

これより、(1.2.10) 式で与えられる第1近似式の \overline{W} は、第2近似式 (1.2.18) 式で与えられる \overline{W} の [] の中の第1項のみを残した場合にあたることになる。

第3節 エネルギー・フラックス法による波の変形理論

前節で求められた微小振幅波、Stokes 波¹²⁾ およびクノイド波理論⁵⁾ の近似表現であるハイパボリック波⁹⁾ の各理論にもとづくエネルギー・フラックスを (1.2.1) 式に代入して、エネルギー・フラックス法による波の変形を考える。

(1) 微小振幅波による波の変形理論

まず、波のエネルギー・フラックスとして、(1.2.3) 式で与えられる微小振幅波理論によるものを用いる。 \overline{W}_0 は (1.2.3) 式において $h/L \rightarrow \infty$ とおくことにより、次式のように求められる。

$$\overline{W}_0 = \frac{1}{16} \rho g H_0^2 \sqrt{\frac{g L_0}{2\pi}} \dots\dots\dots (1.2.19)$$

ここで、 H_0 および L_0 は深海波の波高および波長である。(1.2.1) 式の \overline{W} に (1.2.3) 式、 \overline{W}_0 に (1.2.19) 式を代入し変形すると、従来よく知られている次式が求められる¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{H}{H_0} &= \sqrt{\frac{1}{2} \frac{c_0}{n c}} \\ \frac{c}{c_0} &= \frac{L}{L_0} = \tanh\left(2\pi \frac{h}{L}\right) \\ n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{4\pi h / L}{\sinh 4\pi h / L} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.2.20)$$

ただし、上式の第2式でわかるように、波の周期 $T = L / c$ を一定と仮定している。

n および c / c_0 (c_0 : 沖波波速) はともに h / L で表わされ、 L / L_0 と h / L の関係が与えられ

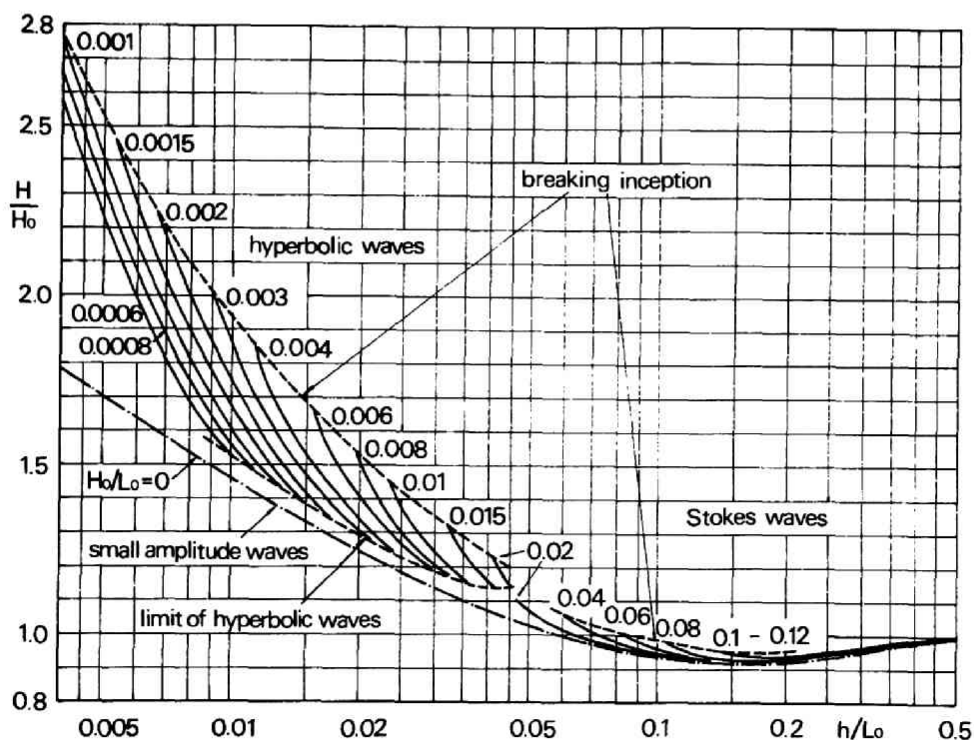


図-1.2.3 エネルギー・フラックス法による波の変形理論 (波高変化(1))

ているから、結局波高比 H/H_0 は h/L_0 の関数としてあらわすことができる。この関係を示したのが、図-1.2.3 および 図-1.2.4 の鎖線（沖波波形勾配 $H_0/L_0 = 0$ ）である。なお図-1.2.4 は、図-1.2.3 の h/L_0 の大きい領域を拡大して示したものである。2つの図からわかるように、 h/L_0 が減少すると最初 $h/L_0 = 0.5$ の付近から波高 H が沖波波高 H_0 よりいったん小さくなり、その後増大していくことがわかる。

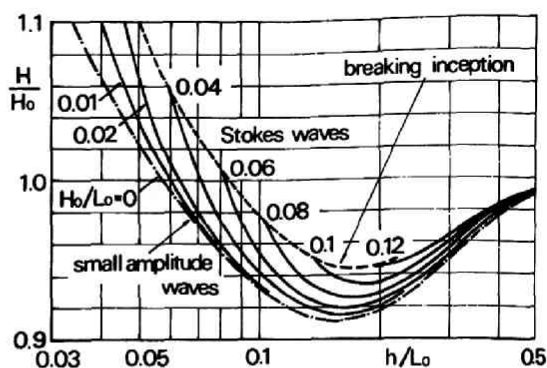


図-1.2.4 エネルギー・フラックス法による波の変形理論（波高変化(2)）

(2) Stokes 波による波の変形理論

つぎに、Stokes 波のエネルギー・フラックスを用いた場合を考える。Méhauté and Webb¹⁴⁾ は、(1.2.1) 式の \overline{W} として、(1.2.4) 式で与えられる第3次近似解の Stokes 波のエネルギー・フラックスを代入し、 \overline{W}_0 として、(1.2.4) 式で $h \rightarrow \infty$ とおいて得られる、

$$\overline{W}_0 = \frac{\rho T^5}{32\pi} \left(\frac{L_0}{T^2}\right)^4 \cdot \lambda_0^2 \left\{ 4 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \right\} \dots\dots\dots (1.2.21)$$

を代入し、次式を得ている。

$$\left(\frac{L}{T^2}\right)^4 \frac{\lambda^2}{S h^2} (F_0 + F_2 \cdot \lambda^2) = \left(\frac{L_0}{T^2}\right)^4 \lambda_0^2 \left\{ 4 \left(1 + \frac{3}{4} \lambda_0^2 \right) \right\} \dots\dots\dots (1.2.22)$$

ここで、波長 L は $C_3^2 = (L/T)^2$ で与えられ、(1.2.5') 式を用いて求められる。沖波波長 L_0 は (1.2.5) 式で $h \rightarrow \infty$ とおいた、

$$\left(\frac{L_0}{T}\right)^2 = \frac{g}{k_0} (1 + \lambda_0^2), \quad k_0 = 2\pi/L_0 \dots\dots\dots (1.2.23)$$

から求まり、結局 L/L_0 は、次式で与えられる。

$$\frac{L}{L_0} = \tanh kh \cdot \left(1 + \frac{8Ch^4 - 8Ch^2 + 9}{8Ch^4} \cdot \lambda_0^2 \right) / (1 + \lambda_0^2) \dots\dots (1.2.24)$$

また、 λ_0 は (1.2.6) 式において $h \rightarrow \infty$ とおいた、

$$\frac{3}{8} \lambda_0^3 + \lambda_0 = \pi \frac{H_0}{L_0} \dots\dots\dots (1.2.25)$$

から求められる。

(1.2.24) 式は、微小振幅波理論の場合の (1.2.20) 式の第2式に対応し、(1.2.6)、(1.2.25)、(1.2.24) および (1.2.22) 式を用いれば、沖波波形勾配 H_0 / L_0 をパラメータとして、微小振幅波理論の場合と同様、波高比 H / H_0 を h / L_0 の関数として与えることができる。ただし、Méhauté and Webb¹⁴⁾ は、パラメータとして H_0 / L_0 のかわりに H_0 / T^2 を、 h / L_0 のかわりに h / T^2 をとって、 H / H_0 の値を図示している。

Skjelbreia¹²⁾ の Stokes 波の第3次近似解によれば、 $2\pi H_0 / g T^2$ と H_0 / L_0 ならびに $2\pi h / g T^2$ と h / L_0 との関係が、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_0}{L_0} &= \frac{2\pi H_0}{g T^2} \left\{ 1 - \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} , \\ \frac{h}{L_0} &= \frac{2\pi h}{g T^2} \left\{ 1 - \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.2.26)$$

によって与えられ、 $2\pi H_0 / g T^2$ の値を与えると、上の第1式の2次方程式を解くことによって H_0 / L_0 が求まり、 h / L_0 の値はこの H_0 / L_0 の値と $2\pi h / g T^2$ の値を第2式に代入すれば求められる。Koh and Méhauté¹⁵⁾ は、Méhauté and Webb¹⁴⁾ の波高変化の計算結果を、 $2\pi H_0 / g T^2$ の値に対する $2\pi h / g T^2$ と H / H_0 の関係として表に与えているので、この表から (1.2.26) 式を用いて H_0 / L_0 に対する h / L_0 と H / H_0 の関係を求めることができる。その結果を、図-1.2.3と図-1.2.4に示している。なお、図-1.2.4は図-1.2.3における Stokes 波の理論曲線の部分を拡大して示したものである。

図-1.2.4を見てわかるように、有限振幅波の1つである Stokes 波理論¹²⁾ のエネルギー・フラックスを用いた場合、 h / L_0 の減少による波高比 H / H_0 の変化の傾向は、一度減少してからふたたび増加するという点では微小振幅波理論による曲線（一点鎖線）の傾向と一致する。しかし、Stokes 波の理論曲線はすべて微小振幅波の理論曲線より上側にあること、微小振幅波ほど波高が減少しないこと、逆に波高が増大するときはその割合がより大きいことなどがわかる。しかもこの傾向は、沖波波形勾配が大きいほど大きいことが特徴である。

(3) ハイパボリック波による波の変形理論

(1.2.1) 式の \overline{W} として、この場合はクノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波理論⁹⁾ のエネルギー・フラックスをあらわす (1.2.18) 式を用いる。一方、深海での波のエネルギー・フラックス \overline{W}_0 としては、Mehauté and Webb¹⁴⁾ の求めた Stokes 波の第3次近似解による (1.2.21) 式を用いる。結局、ハイパボリック波を用いたエネルギー・フラックス法による波の変形式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{H}{H_0} = & \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4} \right)^{1/8} \left(\frac{h}{L_0} \right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{1/8} \left\{ 1 + \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{-1/8} \\ & \times \left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{1/8} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} + \frac{H}{h_t} \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{K} + \frac{3}{K^2} \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \left(-\frac{31}{112} - \frac{29}{160} \frac{1}{K} + \frac{13}{4} \frac{1}{K^2} \right) \right\}^{-2/3} \dots\dots\dots (1.2.27) \end{aligned}$$

なお、ここで K として (1.2.16) 式を用いており、 $H/h > 0.55$ の範囲で (1.2.16) 式のかわりに (1.2.17) 式を用いると、(1.2.27) 式の右辺の $\left\{ 1 - 1.3 \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{1/8}$ の項は $\left\{ 1 - 0.54 \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\}^{2/3}$ でおきかわる。上式中の H/h_t は、(1.2.12) 式の η で $X=0$ において得られるハイパボリック波⁹⁾ の静水面からの波の峯高 (図-1.2.1 参照)。

$$\frac{\eta_0}{H} = 1 - \frac{1}{K} \left\{ 1 - \frac{1}{12} \frac{H}{h} - \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (1.2.28)$$

から、次式のように求められる。

$$\frac{h_t}{H} = \frac{h}{H} - \frac{\delta}{H} = \frac{h}{H} - \frac{H - \eta_0}{H} = \frac{h}{H} \left\{ 1 - \frac{1}{K} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{K} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad (1.2.29)$$

ただし、 δ は波の谷からの静水面の高さを表わす (図-1.2.1 参照)。さらに H/h は、

$$\frac{H}{h} = \frac{H}{H_0} \cdot \frac{H_0}{L_0} \cdot \left(\frac{h}{L_0} \right)^{-1} \dots\dots\dots (1.2.30)$$

と書きかえられるから、(1.2.27) 式の関係は Stokes 波理論の場合の (1.2.22) 式と同様、沖波波形勾配 H_0 / L_0 をパラメータとして波高比 H / H_0 と h / L_0 の関係として与えることができる。

いま \overline{W}_0 として微小振幅波理論を用いると、(1.2.27) 式の右辺の $\{1 + \pi^2 (H_0 / L_0)^2\}$ を 1 とすることができ、さらに H / h が小さいとすると、それ以後の式中の $\{ \}$ もすべて 1 となって次式が得られる。

$$\frac{H}{H_0} = \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4} \right)^{1/8} \left(\frac{h}{L_0} \right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^{1/8} \dots\dots\dots (1.2.31)$$

この関係は、すでに岩垣²²⁾がハイパボリック波の第 1 近似式⁹⁾を用いて求めた関係と一致する。

砕波限界としては、Laitone⁵⁾の最高波の条件、

$$H_b / h_t = 0.73 \dots\dots\dots (1.2.32)$$

を用いる。ここに H_b は砕波高である。(1.2.32) 式を H_b / H_0 と h_b / L_0 (h_b : 砕波水深) の関係に直すため、つぎのような変形を行なう。すなわち (1.2.29) 式において $(H / h)^2$ の項を無視すると $h_t = h \{ 1 - (1 / K) (H / h) \}$ で表わされるから、(1.2.32) 式は、

$$\frac{H_b}{h_b} \left(1 - \frac{1}{K} \cdot \frac{H_b}{h_b} \right)^{-1} = 0.73 \dots\dots\dots (1.2.33)$$

となる。砕波点付近では H / h がほぼ 1 / 2 となること²¹⁾、微小振幅波理論を用いると $T = (2 \pi L_0 / g)^{1/2}$ で表わされることから、(1.2.16)あるいは(1.2.17)式で近似される K は次式のようになる。

$$K = 0.631 (h_b / L_0)^{-1/2} \dots\dots\dots (1.2.34)$$

結局、砕波限界 (1.2.32) 式は、つぎのように H_0 / L_0 をパラメータとして、 H_b / H_0 と h_b / L_0 との関係で表わされる。

$$\frac{H_b}{H_0} = \frac{0.73 (H_0 / L_0)^{-1} (h_b / L_0)}{1 + 1.16 (h_b / L_0)^{1/2}} \dots\dots\dots (1.2.35)$$

また、ハイパボリック波の適用限界⁹⁾は、(1.2.16)式から、

$$K = \frac{\sqrt{3}}{4} T \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/2} = 3 \quad \dots\dots\dots (1.2.36)$$

であり、変形して H/H_0 と h/L_0 の関係に書きあらためると次式のようになる。

$$\frac{\pi}{8} \frac{H_0}{L_0} \frac{H}{H_0} \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-2} - 1.3 \times \frac{\pi}{8} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^3 \left(\frac{H}{H_0}\right)^3 \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-4} = 3 \quad \dots\dots\dots (1.2.37)$$

(1.2.27)式は、(1.2.30)式でわかるように右辺に H/H_0 を含んでいるため、解析的には解けない。さらに実際の数値計算では、 K として(1.2.16)あるいは(1.2.17)式を用いず、 K と $T\sqrt{g/h}$ および H/h の関係の図-1.2.2の曲線を、そのまま電子計算機に記憶させ、もとの(1.2.1)式を用い、くり返し計算によって H/H_0 の値を求めた。その結果を示したのが図-1.2.3の左側の曲線群である。これまで微小振幅波理論による曲線(図中一点鎖線で示した曲線)しかなかった沖波波形勾配 H_0/L_0 および h/L_0 がともに小さい範囲での、水深減少とともに波高変化の理論曲線が求められたことになる。なお、それぞれの H_0/L_0 に対して、(1.2.35)式および(1.2.37)式を用いて碎波限界とハイパボリック波の適用限界が求められる。

ハイパボリック波の適用限界のために微小振幅波の理論曲線とハイパボリック波のそれとの関係が明確でないが、曲線群の傾向から見て、 h/L_0 が大きいときには微小振幅波の曲線にそって水深減少とともに波高が増大するが、ある h/L_0 に達すると、微小振幅波の曲線からはなれてハイパボリック波の曲線に沿って波高が急激に増大する。

ハイパボリック波の理論曲線群はその適用限界によって範囲が限られ、他方 Stokes 波の理論曲線群は H/H_0 の値が1.1のところまで計算結果が終っている(15)、両者を直接比較することはできないが、2つの理論曲線群は、ともにその波高増加の割合が微小振幅波の理論曲線より大きく、しかも沖波波形勾配が大きいと h/L_0 の大きいところから微小振幅波の曲線より離れて波高が増大する点で一致している。いずれにせよ、第1節で述べたような沖波波形勾配の小さい波は碎波点に近くなると波高が微小振幅波の理論値よりかなり大きくなるという実験的事実は、ハイパボリック波の理論曲線によって定性的に説明することができる。

第4節 結 言

本章では、波の変形を理論的に取扱う一般的な2方法のうちのエネルギー・フラックス法を取りあげ、一様水深の波動理論から求めた波のエネルギー・フラックスが水深が変化しても一定であるとして波の変形を論述した。

すなわち、第2節では、これまでに求められている微小振幅波理論および Stokes 波の第3次近似解にもとづく波のエネルギー・フラックスについて述べ、ついでクノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波の第2近似式を用いて、水深・波長比の小さい領域に対して適用すべき有限振幅長波のエネルギー・フラックスを求めた。

第3節では、こうして求められた波のエネルギー・フラックスが、各断面で一定であると仮定して、水深変化にともなう波高の変化を論じた。

ともに非回転の有限振幅波である Stokes 波とハイパボリック波の理論を用いて求めた波高変化の理論曲線は、水深減少にともなって波高が増大する割合は微小振幅波理論によるものよりも大きいこと、沖波波形勾配をパラメータとして波高変化が表現されること、 h/L_0 が大きいと微小振幅波の曲線と一致すること、など共通した傾向をもっていることがわかった。また、水深・波長比が小さくなって碎波点に近づくと、波高が微小振幅波の理論値よりはるかに大きくなるという実験的事実は、ここで求めたハイパボリック波の理論曲線によって説明できることがわかった。

参 考 文 献

- 1) Keulegan, G. H. : Wave Motion, Engineering Hydraulics ed. by H. Rouse, Wiley, New York, Chapt. 11, 1950.
- 2) Laitone, E. V. : Limiting conditions for cnoidal and Stokes waves, Jour. of Geophys. Res., Vol. 67, No. 4, pp. 1555~1564, Apr., 1962.
- 3) Wilson, B. W., L. M. Webb and J. A. Hendrickson : The nature of tsunamis, Their generation and dispersion in water of finite depth, National Science Co., Tech. Report No. SN 57-2, pp. 1~150, Aug., 1952.
- 4) Korteweg, D. J. and G. De Vries : On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves, Phil. Mag., Ser. 5, Vol. 39, pp. 422~443, 1895.
- 5) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 6) Friedrichs, K. O. : On the derivation of the shallow water theory, Appendix to the formation of breakers and bores by J. J. Stoker, Commun. of Pure and Appl. Math., Vol. 1, pp. 81~85, 1948.
- 7) Chappellear, J. E. : Shallow - water waves, Jour. of Geophys. Res., Vol. 67, No. 12, pp. 4693~4704, Nov., 1962.
- 8) 岩垣雄一・山口正隆 : Stokes 波とクノイド波の適用限界について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 8~16, 1967-10.
- 9) 岩垣雄一 : クノイド波に関する研究(第4報), — hyperbolic waves について(1) —, 京大防災研究所年報第10号B, pp. 283~294, 1967-3.
- 10) Mason, M. A. : The transformation of waves in shallow water, Proc. of the 1st Conf. on Coastal Eng., pp. 22~32, 1950.
- 11) Ippen, A. T. and G. Kulin : The shoaling and breaking of the solitary wave, Proc. of the 5th Conf. on Coastal Eng., pp. 27~47, 1954.
- 12) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 13) Skjelbreia, L. and J. Hendrickson : Fifth order gravity wave theory, Proc. of the 7th Conf. on Coastal Eng., pp. 184~196, 1960.
- 14) Le Méhauté, B. and L. M. Webb : Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order of approximation, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 23~40, 1964.
- 15) Koh, R. C. Y. and B. Le Méhauté : Wave shoaling, National Engineering Science Co., Jan., 1966.

- 16) Wiegel, R. L. : Experimental study of surface waves in shoaling water, Trans. of American Geophys. Union, Vol. 31, pp. 377~385, 1950.
- 17) Iversen, H. W. : Waves and breakers in shoaling water, Proc. of the 3rd Conf. on Coastal Eng. pp. 1~12, 1952.
- 18) Eagleson, P. S. : Properties of shoaling waves by theory and experiments, Trans. of American Geophys. Union, Vol. 37, pp. 565~572, 1956.
- 19) Stoker, J. J. : Water Waves, Interscience Pub., Inc. New York, p. 48, 1957.
- 20) Masch, F. D. : Cnoidal waves in shallow water, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 1~21, 1964.
- 21) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第2報）， — 波速および波長について — ，京大防災研究所年報第8号， pp. 1~9， 1965-3.
- 22) 岩垣雄一：波の変形論， 1967年度水工学に関する夏期研修会講義集B， 土木学会水理委員会 1967-8.

第3章 斜面上の有限振幅長波理論

第1節 概 説

第1章でも述べたように、勾配を有する海底での境界条件を満足するような運動方程式の解を解析的に取扱ったものとしては、いわゆる微小振幅近似による研究があるが、1), 2), 3), 4), 5), 6), 波の変形について明確な議論をしたものではなく、ただ Biesel⁷⁾ が波形の前かがみの程度をあらわす代表的な量を提案しているものがあるにすぎない。

ここでは、底勾配が一様な2次元の海浜を考え、斜面上での水深減少による波の変形をとりあげ、それがとくに水深・波長比の小さい領域で顕著であることを考えて、いわゆる浅水理論の第1近似の方程式⁸⁾を用いて理論を展開する。この方程式は勾配を有する海底および水面での境界条件を考慮して、鉛直方向に積分された運動方程式に対応するもので、とくに水平方向の流速 u は鉛直座標には関係しないと仮定している。この方程式は非線型であり、その線型解はすでに求められている⁹⁾。さらに、非線型項をも考慮して解いた例^{10), 11)}もあるが、一般的な水深減少にともなう波の変形について論ずるところまではいたっていない。とくに、市栄¹⁰⁾は解を波高・水深比のべき級数展開で表現し、一様勾配斜面上の第2次近似解を求めているが、解の中に積分表示が存在し、一般的取扱いが困難なため、斜面勾配が緩やかな場合の碎波点を数学的観点から検討しているにすぎない。

本章では、第2章のエネルギー・フラックス法によっては説明できない、水深減少にともなう波の変形におよぼす底勾配の影響、あるいは波形そのものの変化などについて理論的に説明する。すなわち、非線型効果をせつ動法を用いて考慮し、さらに円柱関数の三角関数による漸近展開を用いることによって、一様勾配の斜面上を進行する有限振幅長波の一般的な解を求める。

まず、第2節では、浅水理論の第1近似の基本方程式を与え、せつ動法によるその線型解(第1次近似解)を誘導し考察した後、それを用いて非線型効果を表わす第2次近似解を求める。さらに、この解の適用範囲について述べるとともに、その適用範囲の最深点での波高と定数項との関係を与え、最後に解の物理的意味について検討する。

第3節では、第2節で得られた解を用い、具体的に数値を代入して、水深減少にともなう波の変形を図示し、前章で論じたエネルギー・フラックス法による波の変形の理論結果と比較し検討する。

第2節 一様勾配斜面上の有限振幅長波の解

(1) 基本方程式

2次元の場合を考え、図-1.3.1のように座標系をとると、浅水理論の第1近似はつぎのようになる⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} u_t + u \cdot u_x + g \cdot \eta_x &= 0 \\ \eta_t + \{ u \cdot (\eta + h) \}_x &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.1)$$

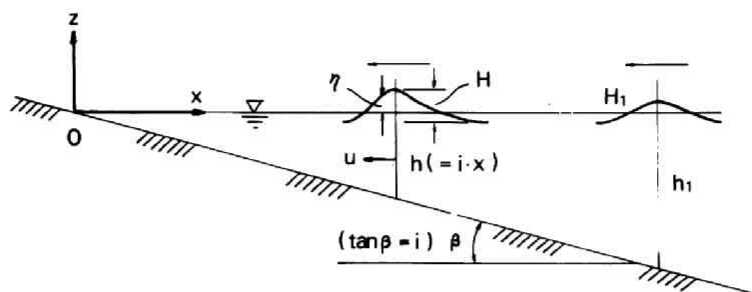


図-1.3.1 座標系

ここで、 g は重力加速度、 $h = h(x)$ は水深、 $\eta = \eta(x, t)$ は静水面からの水位、 $u = u(x, t)$ は x 方向の水粒子速度であり、鉛直座標には関係しない。このことは、よく知られているように、圧力が静水圧で近似できることを意味する。なお、添字 t および x は、それぞれ t および x に関する微分を表わす。(1.3.1)式は明らかに非線型であり、特性曲線法を用いて数値計算されることが多い。ここでは、非線型の効果を解析的に表現するため、せつ動法を用いる。すなわち、 α を微小量として、 η と u をつぎのように展開できるものとする。 α の具体的な表現はのちに与える。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \alpha \cdot \eta^{(1)} + \alpha^2 \cdot \eta^{(2)} + \dots \\ u &= \alpha \cdot u^{(1)} + \alpha^2 \cdot u^{(2)} + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1.3.2)$$

(1.3.2)式を(1.3.1)式に代入して、 α について整理すれば、 α の係数は、

$$\left. \begin{aligned} u^{(1)}_t + g \cdot \eta^{(1)}_x &= 0 \\ \eta^{(1)}_t + \{ u^{(1)} \cdot h \}_x &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1.3.3)$$

α^2 の係数は、

$$\left. \begin{aligned} u^{(2)}_t + u^{(1)} \cdot u^{(1)}_x + g \cdot \eta^{(2)}_x &= 0 \\ \eta^{(2)}_t + \{ u^{(1)} \cdot \eta^{(1)} + u^{(2)} \cdot h \}_x &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1.3.4)$$

となる。

(2) 第1次近似解

(1.3.3) 式で $u^{(1)}$ を消去すると次式のようなになる。

$$\eta^{(1)}_{,tt} - g \cdot [\eta^{(1)}_{,x} \cdot h]_{,x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3.5)$$

いま、一様勾配 i の斜面上の波を考えているから、水深 h と水平座標 x との関係をあらかわす $h = i \cdot x$ (図-1.3.1 参照) を上式に代入すると、(1.3.5) 式は次式のようなになる。

$$\eta^{(1)}_{,tt} - g \cdot [\eta^{(1)}_{,xx} \cdot i \cdot x + \eta^{(1)}_{,x} \cdot i] = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3.6)$$

いま、 $\eta^{(1)}$ が、

$$\eta^{(1)}(x, t) = \eta(x) \cdot \cos \sigma t \quad \dots\dots\dots (1.3.7)$$

のように表わされると仮定し、(1.3.7) 式を (1.3.6) 式に代入すると、 $\eta(x)$ に関する方程式が次式のように求まる。

$$x \cdot \eta_{,xx} + \eta_{,x} + (\sigma^2 / g i) \cdot \eta = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3.8)$$

ここで、次式の関係¹²⁾、

$$x = (g i / 4 \sigma^2) \cdot w^2 \quad \dots\dots\dots (1.3.9)$$

によって、独立変数を x から w に変数変換すると、(1.3.8) 式は次式のようなになる。

$$\eta_{,ww} + (1 / w) \cdot \eta_{,w} + \eta = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3.10)$$

(1.3.10) 式はその基本解として、第1種円柱関数のベッセル関数 $J_0(w)$ および第2種円柱関数の

ノイマン関数 $N_0(w)$ をもつことは明らかである。 $\eta^{(1)}$ を,

$$\eta^{(1)}(x, t) = \eta(x) \cdot \sin \sigma t \quad \dots\dots\dots (1.3.11)$$

と仮定した場合も全く同様の結果が得られる。円柱関数の性質として、 $x \rightarrow \infty$ すなわち、 $w \rightarrow \infty$ の場合に、

$$\left. \begin{aligned} J_\nu(w) &\sim \sqrt{2/\pi w} \cdot \cos(w - \nu\pi/2 - \pi/4) \\ N_\nu(w) &\sim \sqrt{2/\pi w} \cdot \sin(w - \nu\pi/2 - \pi/4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.12)$$

と漸近展開されることを考えると、 $\eta^{(1)}$ の解として、図-1.3.1の沖から岸へ向けて、すなわち x の負の方向に進行する波に対応する解は、

$$\eta^{(1)}(x, t) = a \cdot \left\{ \cos \sigma t \cdot J_0\left(2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}}\right) - \sin \sigma t \cdot N_0\left(2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}}\right) \right\} \dots\dots\dots (1.3.13)$$

で与えられる¹²⁾。ここで a はのちに波高によって決められる定数である。いま、円柱関数 $Z_0(w)$ 、 $Z_1(w)$ の性質、

$$\left. \begin{aligned} Z_0'(w) &= -Z_1(w) \\ Z_1'(w) &= Z_0(w) - w^{-1} \cdot Z_1(w) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.14)$$

を用いると、(1.3.3)式と(1.3.14)式から、 $u^{(1)}$ が次式のように求まる。ただし、(1.3.14)式での記号 $'$ は独立変数に関する微分を表わす。

$$u^{(1)}(x, t) = a\sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-1/2} \cdot \left\{ \sin \sigma t \cdot J_1\left(2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}}\right) + \cos \sigma t \cdot N_1\left(2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}}\right) \right\} \dots\dots\dots (1.3.15)$$

(1.3.13) および (1.3.15) 式で与えられる $\eta^{(1)}$ および $u^{(1)}$ は、(1.3.1)式の浅水近似の線型

解に対応するものである。(1.3.13)式の J_0 および N_0 の性質から、 x が小さくなるにつれて $\eta^{(1)}$ の振幅が増大する。すなわち $\eta^{(1)}$ は、波が沖から岸に進行するにつれて波高が増大する事実を定性的に説明しうるものである。しかしながら、 $\eta^{(1)}$ は、時間 t に関しては明らかに正弦関数の形をもち、時間波形は対称である。

(3) 第2次近似解

(1.3.4)式において $u^{(2)}$ を消去し、 $h=i \cdot x$ の関係(図-1.3.1参照)を用いると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \eta^{(2)}_{tt} - g \cdot \{ \eta^{(2)}_{xx} \cdot i \cdot x + \eta^{(2)}_{\bar{x}} \cdot i \} \\ = - \{ u^{(1)} \cdot \eta^{(1)} \}_{xt} + \{ u^{(1)} \cdot u^{(1)} \}_x \cdot i \cdot x + \{ u^{(1)} \cdot u^{(1)} \}_{\bar{x}} \cdot i \\ \dots\dots\dots (1.3.16) \end{aligned}$$

(1.3.16)式の右辺に(1.3.13)式の $\eta^{(1)}$ および(1.3.15)式の $u^{(1)}$ を代入し、(1.3.14)式の関係を用いて整理すると、(1.3.16)式の右辺はつぎようになる。

$$\begin{aligned} (1.3.16) \text{ 式の右辺} = & \cos 2 \sigma t \cdot \left\{ -\frac{3}{2} a^2 \frac{\sigma^2}{i} x^{-1} \cdot (J_0^2 - J_1^2 - N_0^2 + N_1^2) \right. \\ & + \frac{5}{2} a^2 \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot \sigma \cdot x^{-3/2} \cdot (J_0 J_1 - N_0 N_1) \\ & \left. - a^2 \cdot g \cdot x^{-2} \cdot (J_1^2 - N_1^2) \right\} \\ & + \sin 2 \sigma t \cdot \left\{ 3 a^2 \frac{\sigma^2}{i} x^{-1} \cdot (J_0 N_0 - J_1 N_1) \right. \\ & - \frac{5}{2} a^2 \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot \sigma \cdot x^{-3/2} \cdot (J_1 N_0 + J_0 N_1) \\ & \left. + 2 a^2 \cdot g \cdot x^{-2} \cdot J_1 N_1 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \frac{1}{2} a^2 \frac{\sigma^2}{i} x^{-1} \cdot (J_0^2 - J_1^2 - N_0^2 + N_1^2) \right. \\
& - \frac{3}{2} a^2 \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot \sigma \cdot x^{-3/2} \cdot (J_0 J_1 - N_0 N_1) \\
& \left. + a^2 \cdot g \cdot x^{-2} \cdot (J_1^2 - N_1^2) \right\} \dots\dots\dots (1.3.17)
\end{aligned}$$

さて、図-1.3.2に、 J_0 および N_0 の厳密な値と (1.3.12) 式による近似値の比較を示しているが、 w の値がある程度以上になると、(1.3.12) 式の漸近展開による値は十分正確であることがわかる。いま、(1.3.16) 式の解 $\eta^{(2)}$ を求めやすいように、その右辺である (1.3.17) 式の円柱関数を、(1.3.12) 式を用いて三角関数で近似すると、次式のようになる。

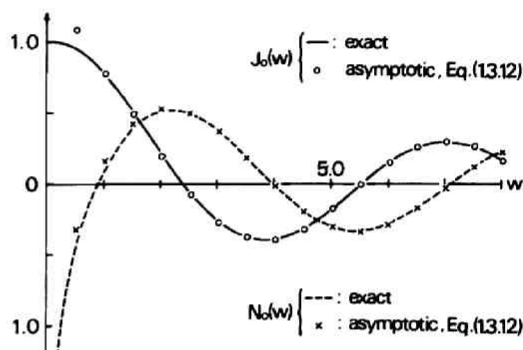


図-1.3.2 ベッセル関数とノイマン関数の漸近展開による近似値

$$\begin{aligned}
(1.3.16) \text{ 式の右辺} &= \cos 2\sigma t \cdot \left[-3 a^2 \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\
&+ \frac{5}{2} a^2 \frac{g}{\pi} x^{-2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\
&+ a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{gi} \cdot x^{-5/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \left. \right] \\
&+ \sin 2\sigma t \cdot \left[3 a^2 \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\
&+ \frac{5}{2} a^2 \frac{g}{\pi} x^{-2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{gi} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin \left[2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \\
& + \left[a^2 \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos \left[2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{3}{2} a^2 \frac{g}{\pi} \cdot x^{-2} \cdot \sin \left[2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right. \\
& \quad \left. - a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{gi} \cdot x^{-\frac{5}{2}} \cdot \cos \left[2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right] \\
& \dots\dots\dots (1.3.18)
\end{aligned}$$

いま, (1.3.16) 式の右边が (1.3.18) 式で表わされる場合の解 $\eta^{(2)}$ として, 次式を仮定する。

$$\eta^{(2)}(x, t) = \cos 2\sigma t \cdot A(x) + \sin 2\sigma t \cdot B(x) + C(x) \quad \dots\dots\dots (1.3.19)$$

この $\eta^{(2)}$ を (1.3.16) 式の左辺に代入すると,

$$\begin{aligned}
(1.3.16) \text{ 式の左辺} &= \cos 2\sigma t \cdot \{ -4\sigma^2 \cdot A(x) - g \cdot i \cdot x \cdot A''(x) - g \cdot i \cdot A'(x) \} \\
&+ \sin 2\sigma t \cdot \{ -4\sigma^2 \cdot B(x) - g \cdot i \cdot x \cdot B''(x) - g \cdot i \cdot B'(x) \} \\
&+ \{ -g \cdot i \cdot C''(x) - g \cdot i \cdot C'(x) \} \quad \dots\dots\dots (1.3.20)
\end{aligned}$$

となる。したがって, (1.3.20) 式の $\cos 2\sigma t$ の係数, $\sin 2\sigma t$ の係数および t に無関係な項が, それぞれ (1.3.18) 式の対応する項に一致するように $A(x)$, $B(x)$ および $C(x)$ をきめれば解 $\eta^{(2)}$ が求まる。そこで, 次式のような表現を与えてみる。

$$A(x) = -a^2 \frac{1}{\pi i} \cdot x^{-1} \cdot \sin \left[2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$-\frac{3}{10} a^2 \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \dots\dots\dots (1.3.21)$$

$$B(x) = -a^2 \frac{1}{\pi i} \cdot x^{-1} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\ + \frac{3}{10} a^2 \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \dots\dots\dots (1.3.22)$$

$$C(x) = \frac{1}{4} a^2 \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\ - \frac{1}{16} a^2 \frac{g}{\pi \sigma^2} \cdot x^{-2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \dots\dots\dots (1.3.23)$$

以上の3式を (1.3.20) 式に代入すると、結局 (1.3.16) 式の左辺は次式のようになる。

$$(1.3.16) \text{ 式の左辺} = \cos 2\sigma t \cdot \left[-3 a^2 \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\ + \frac{5}{2} a^2 \frac{g}{\pi} x^{-2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\ + \left. \frac{27}{40} a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{gi} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \\ + \sin 2\sigma t \cdot \left[3 a^2 \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\ + \frac{5}{2} a^2 \frac{g}{\pi} x^{-2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\ + \left. \frac{27}{40} a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{gi} \cdot x^{-\frac{3}{2}} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \left[a^2 \frac{\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\
& - \frac{3}{2} a^2 \frac{g}{\pi} \cdot x^{-2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\
& - a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{gi} \cdot x^{-5/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \\
& \left. + \frac{1}{4} a^2 \frac{g^2}{\pi \sigma^2} \cdot i \cdot x^{-3} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \\
& \dots\dots\dots (1.3.24)
\end{aligned}$$

(1.3.24) 式を (1.3.18) 式と比較してわかるように、 $\cos 2\sigma t$ および $\sin 2\sigma t$ にかかる第3項の定係数が異なり、また t に無関係な項では、(1.3.24) 式に (1.3.18) 式にはない第4項が余分にある。ここで、それらの各項の大きさを比較してみる。 $\cos 2\sigma t$ および $\sin 2\sigma t$ の各項は、それぞれ順に $x^{-3/2}$ 、 x^{-2} および $x^{-5/2}$ を含み、 t に無関係な項では (1.3.24) 式にさらに x^{-3} を含む第4項が存在する。しかも x のべきの等しい項は、定係数を除いて等しい。いま、それらの第2～第4項の大きさを第1項と比較してみると、 $\sigma = 2\pi/T$ (T : 波の周期) および $x = h \cdot i^{-1}$ を考慮して、

$$\text{第2項/第1項} \sim \left\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \right\} \cdot i,$$

$$\text{第3項/第1項} \sim \left[\left\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \right\} \cdot i \right]^2,$$

$$\text{第4項/第1項} \sim \left[\left\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \right\} \cdot i \right]^3$$

となり、第1、第2、第3および第4項の順に底勾配 i のオーダーで小さくなることがわかる。

(1.3.18) 式と (1.3.24) 式を比較して、 $\cos 2\sigma t$ および $\sin 2\sigma t$ にかかる各項の中の定係数が異なる第3項は、第1項と同じく、 $\cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{x/gi} - \pi/4 \right) \right\}$ および $\sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{x/gi} - \pi/4 \right) \right\}$ を含み同位相であり、その比は $\left[\left\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \right\} \cdot i \right]^2$ であって、たとえば底勾配 $1/10$ 、水深 20cm 、波の周期 3 sec の場合を考えると $1/10$ 以下であり、第3項の定係数の不一致は無視してよいと思われる。また、 t に無関係な項で、(1.3.24) 式にのみ存在する第4項は、第2項と同じく $\sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{x/gi} - \pi/4 \right) \right\}$ を含み同位相であり、その比はやはり $\left[\left\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \right\} \cdot i \right]^3$

$(2\pi)/\sqrt{gh}\} \cdot i]^2$ であって、これも無視してよいことがわかる。

以上の理由から、(1.3.19)式と(1.3.21)式、(1.3.22)式および(1.3.23)式を、(1.3.16)式を満たす解 $\eta^{(2)}$ とする。結局 $\eta^{(2)}$ は、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \eta^{(2)}(x, t) = & \cos 2\sigma t \left[-a^2 \frac{1}{\pi i} \cdot x^{-1} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\ & \left. - \frac{3}{10} a^2 \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \\ & + \sin 2\sigma t \cdot \left[-a^2 \frac{1}{\pi i} x^{-1} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\ & \left. + \frac{3}{10} a^2 \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \\ & + \left[\frac{1}{4} a^2 \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\ & \left. - \frac{1}{16} a^2 \frac{g}{\pi \sigma^2} \cdot x^{-2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \cdots \cdots (1.3.25) \end{aligned}$$

$u^{(2)}$ は (1.3.4) 式の第1式から、次式のように与えられる。

$$u^{(2)}_t = -u^{(1)} \cdot u^{(1)}_x - g \cdot \eta^{(2)}_x \cdots \cdots (1.3.26)$$

(1.3.26)式の右辺の $u^{(1)}$ および $\eta^{(2)}$ として、(1.3.15)式および(1.3.25)式を代入し、 $\eta^{(2)}$ の場合と同様、(1.3.12)式を用いて円柱関数を三角関数で漸近展開すると、(1.3.26)式の右辺として結局次式が得られる。

$$\begin{aligned} (1.3.26) \text{ 式の右辺} = & \cos 2\sigma t \cdot \left[2 a^2 \frac{\sigma}{\pi i} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\ & \left. - \frac{11}{10} a^2 \frac{g}{\pi i} \cdot x^{-2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{20} a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-5/2} \cdot \cos \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \\
& + \sin 2 \sigma t \cdot \left[-2 a^2 \frac{\sigma}{\pi i} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right. \\
& \quad - \frac{11}{10} a^2 \frac{g}{\pi i} \cdot x^{-2} \cdot \cos \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \\
& \quad \left. - \frac{1}{20} a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-5/2} \cdot \sin \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right] \\
& + \left[-\frac{1}{8} a^2 \frac{g}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-5/2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \right] \\
& \dots\dots\dots (1.3.27)
\end{aligned}$$

(1.3.26) 式の右辺の $\cos 2 \sigma t$ および $\sin 2 \sigma t$ の係数は、それぞれ $x^{-3/2}$, x^{-2} および $x^{-5/2}$ の項からなり、 t に無関係な項は $x^{-5/2}$ の項のみからなる。3 種類の項の大きさを比較してみると、 $x^{-3/2}$, x^{-2} および $x^{-5/2}$ の項の順に $\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \} \cdot i$ のオーダーで小さくなることがわかる。したがって $x^{-5/2}$ の項は $x^{-3/2}$ の項にくらべて $\left[\{ (gT/2\pi) / \sqrt{gh} \} \cdot i \right]^2$ のオーダーだけ小さく無視することによって、 t に無関係な項は無視され、 $u^{(2)}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
u^{(2)}(x, t) = & \cos 2 \sigma t \cdot \left[a^2 \frac{1}{\pi i} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \sin \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right. \\
& + \frac{11}{20} a^2 \frac{g}{\pi i \sigma} \cdot x^{-2} \cdot \cos \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \\
& + \sin 2 \sigma t \cdot \left[a^2 \frac{1}{\pi i} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{11}{20} a^2 \frac{g}{\pi i \sigma} \cdot x^{-2} \cdot \sin \left[2 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \right] \\
& \dots\dots\dots (1.3.28)
\end{aligned}$$

なお、(1.3.13)式および(1.3.15)式で与えられる線型解 $\eta^{(1)}$ および $u^{(1)}$ を、(1.3.12)式を用いてその円柱関数を三角関数で表現すると、それぞれつぎのようになる。

$$\eta^{(1)}(x, t) = a \cdot \left(\frac{\sqrt{gi}}{\pi\sigma}\right)^{1/2} \cdot x^{-1/4} \cdot \cos\left(\sigma t + 2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right) \dots\dots\dots (1.3.29)$$

$$u^{(1)}(x, t) = -a \cdot \left(\frac{g}{\pi\sigma}\sqrt{\frac{g}{i}}\right)^{1/2} \cdot x^{-3/4} \cdot \cos\left(\sigma t + 2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right) \dots\dots\dots (1.3.30)$$

また、(1.3.25)式および(1.3.28)式で与えられる $\eta^{(2)}$ および $u^{(2)}$ を、(1.3.29)式および(1.3.30)式の $\eta^{(1)}$ および $u^{(1)}$ と比較しやすいように変形すると、最終的に、

$$\begin{aligned} \eta^{(2)}(x, t) = & a^2 \frac{1}{\pi i} \cdot x^{-1} \cdot \cos\left\{2\left(\sigma t + 2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{3}{10} \frac{\sqrt{gi}}{\sigma} \cdot x^{-1/2}\right)\right\} \\ & + \left[\frac{1}{4} a^2 \frac{1}{\pi\sigma} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos\left\{2\left(2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right)\right\} \right. \\ & \left. - \frac{1}{16} a^2 \frac{g}{\pi\sigma^2} \cdot x^{-2} \cdot \sin\left\{2\left(2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right)\right\} \right] \dots\dots\dots (1.3.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u^{(2)}(x, t) = & -a^2 \frac{1}{\pi i} \sqrt{\frac{g}{i}} \cdot x^{-3/2} \cdot \cos\left\{2\left(\sigma t + 2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ & \left. + \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{11}{20} \frac{\sqrt{gi}}{\sigma} \cdot x^{-1/2}\right)\right\} \\ & \dots\dots\dots (1.3.32) \end{aligned}$$

以後、(1.3.29)式および(1.3.30)式で与えられる $\eta^{(1)}$ および $u^{(1)}$ を第1次近似解、(1.3.31)式および(1.3.32)式で与えられる $\eta^{(2)}$ および $u^{(2)}$ を第2次近似解と名づける。

(4) 解の適用範囲

ここで、これらの解の適用範囲について考えてみる。まず、用いた基本方程式(1.3.1)式は、いわゆる浅水理論の最低次のものであり、圧力が静水圧に等しいと仮定されており、波長にくらべて水深がある程度以上小さくないと用いられない。いま一様水深での長波の伝播速度 \sqrt{gh} を用いると、 L を波長として、

$$h/L = 1/(T\sqrt{g/h}) \dots\dots\dots (1.3.33)$$

となる。適用しうる h/L の値に上限があることは、 $T\sqrt{g/h}$ の値に下限があることである。一方、第1次近似解 $\eta^{(1)}$ として (1.3.13) 式そのものを用いず、(1.3.12) 式の円柱関数の漸近展開を用いて、円柱関数を三角関数でおきかえた (1.3.29) 式を用いている。(1.3.12) 式は $|w| \rightarrow \infty$ の場合の漸近展開であり、図-1.3.2 に示したようにある程度 $|w|$ が大きくないと適用できない。 J_0 , N_0 , J_1 および N_1 について、それぞれの厳密解とその漸近展開による近似値とを比較したところ、 $|w| \geq 1.0$ の場合は適用可能であることがわかった。この条件を (1.3.9) 式に適用し、 $h = i \cdot x$ の関係を使うと次式のようになる。

$$T\sqrt{g/h} \leq 4\pi/i \dots\dots\dots (1.3.34)$$

これから、 $T\sqrt{g/h}$ の値には上限もあることがわかる。以上2つの適用限界を図に示したのが、図-1.3.3 である。

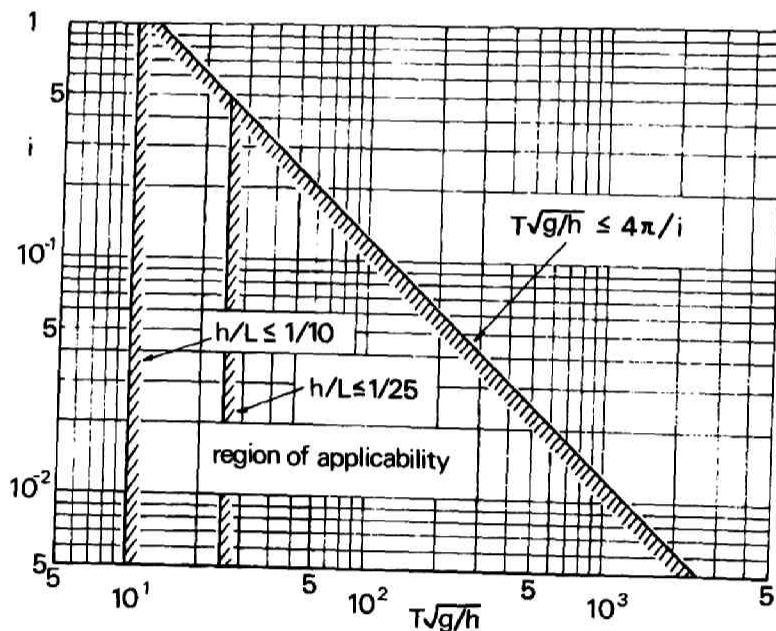


図-1.3.3 適用範囲

横軸に $T\sqrt{g/h}$ ，縦軸に底勾配 i をとって、その適用範囲を斜線をほどこして示してある。ただし $T\sqrt{g/h}$ の下限値は、図に示したように2種類の h/L の限界値について与えてある。

(5) 定数 a の決定

(1.3.31) 式で与えられた $\eta^{(2)}$ の右辺の第2項は、 $x^{-3/2}$ と x^{-2} の項からなり、第1項の x^{-1}

の項と大きさを比較するために振幅の比をとると、それぞれ $\{(gT/2\pi)/\sqrt{gh}\} \cdot i$ および $[\{(gT/2\pi)/\sqrt{gh}\} \cdot i]^2$ となり、第2項全体としては、第1項にくらべて $\{(gT/2\pi)/\sqrt{gh}\} \cdot i$ 倍のオーダー小さいことになる。しかも第2項は t に無関係であるから、静水位に関係するのみで、波高および波形には関係しない。したがって、これは定数 a と波高との関係には何ら関与しない。以後の議論では(1.3.31)式の右辺のうち第2項を無視することにする。

さて、(1.3.29)式の $\eta^{(1)}$ および(1.3.31)式の右辺の第2項を無視した $\eta^{(2)}$ を(1.3.2)式に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \eta(x, t) = & \alpha \cdot a \cdot \left(\frac{\sqrt{gi}}{\pi\sigma}\right)^{1/2} \cdot x^{-1/4} \cdot \cos\left(\sigma t + 2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right) \\ & + \alpha^2 \cdot \frac{a^2}{\pi i} \cdot x^{-1} \cdot \cos\left[2\left(\sigma t + 2\sigma\sqrt{\frac{x}{gi}} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \\ & + \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{3}{10} \frac{\sqrt{gi}}{\sigma} \cdot x^{-1/2}\right) \dots\dots\dots (1.3.35) \end{aligned}$$

ここで、微小量 α として、(4)で述べたこの理論の適用範囲の最深点での水深(以後 h_1 とする)を微小振幅波理論の沖波波長 $L_0 = gT^2/2\pi$ でわった値 h/L_0 をとる。(1.3.35)式の α に、

$$\alpha = h_1 / L_0 \dots\dots\dots (1.3.36)$$

を代入し、 $x = h \cdot i^{-1}$ (図-1.3.1 参照) および $\sigma^2 = 2\pi g / L_0$ の関係を用いて変形すると、結局次式が得られる。

$$\eta / h_1 = A^{(1)} \cdot \cos \theta + A^{(2)} \cdot \cos (2\theta + \delta) \dots\dots\dots (1.3.37)$$

ただし、 $A^{(1)}$ 、 $A^{(2)}$ 、 θ および δ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} A^{(1)} &= 2^{-1/4} \cdot \pi^{-3/4} \cdot i^{1/2} \cdot (h_1 / L_0)^{3/4} \cdot (h_1 / h)^{1/4} \cdot (a / h_1) \\ A^{(2)} &= \pi^{-1} \cdot (h_1 / L_0)^2 \cdot (h_1 / h) \cdot (a / h_1)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (1.3.38)$$

$$\theta = 2\pi / T \cdot t + 2\pi \{ \sqrt{2/\pi} \cdot (h/L_0)^{-1/2} \} \cdot x / L_0 - \pi / 4$$

$$\delta = \pi / 2 + \tan^{-1} \{ 3 / 10 \cdot \sqrt{2\pi}^{-1} \cdot i \cdot (h/L_0)^{-1/2} \}$$

水深 h_1 における波高 H_1 と a との関係を知るため、 $h=h_1$ での $A^{(1)}$ および $A^{(2)}$ を、それぞれ $A^{(1)}_1$ 、 $A^{(2)}_1$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} A^{(1)}_1 &= 2^{-1/4} \cdot \pi^{-3/4} \cdot i^{1/2} \cdot (h_1 / L_0)^{3/4} \cdot (a / h_1), \\ A^{(2)}_1 &= \pi^{-1} \cdot (h_1 / L_0)^2 \cdot (a / h_1)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3.39)$$

となる。なお、(1.3.38)式で与えられる δ のうち $\tan^{-1} [\quad]$ の部分は、 $\pi / 2$ にくらべて小さく、ここでは簡単のために $\delta \doteq \pi / 2$ とする。したがって、 $h=h_1$ での η を η_1 とすると、 η_1 は次式で与えられる。

$$\eta_1 / h_1 = A^{(1)}_1 \cdot f(\theta) \dots\dots\dots (1.3.40)$$

ここで、 $f(\theta)$ は次式で与えられる。

$$f(\theta) = \cos \theta - b \cdot \sin 2\theta, \quad b = A^{(2)}_1 / A^{(1)}_1 \dots\dots\dots (1.3.41)$$

図-1.3.4は、 $f(\theta)$ を $-\pi \leq \theta \leq \pi$ の範囲で示したものである。(1.3.40)式で与えられる波形の波高比 H_1 / h_1 は、図-1.3.4の $\theta = \theta_c$ における縦軸の値 $f(\theta_c)$ から、 $A^{(1)}_1 \times 2f(\theta_c)$ で与えられることは明らかである。 θ_c は $df/d\theta = 0$ を満たす。ただし図-1.3.4からわかるように、 $-\pi/2 \leq \theta_c \leq 0$ すなわち $\sin \theta_c \leq 0$ であるから、結局 $\sin \theta_c$ は次式で与えられる。

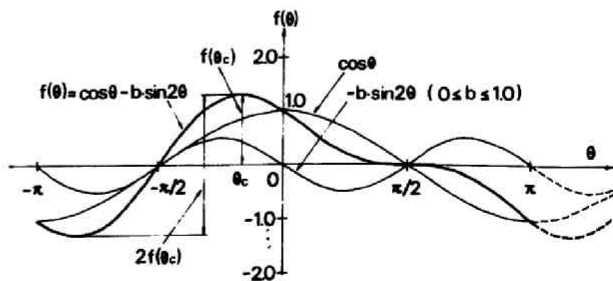


図-1.3.4 $f(\theta)$ の波形

$$\sin \theta_c = (1/4b - \sqrt{1/16b^2 + 2})/2 \dots\dots\dots (1.3.42)$$

一方, $f(\theta_c)$ は (1.3.41) 式から,

$$f(\theta_c) = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c} \cdot (1 - 2b \cdot \sin \theta_c) \dots\dots\dots (1.3.43)$$

で与えられるから, b を与えて (1.3.42) 式から $\sin \theta_c$, (1.3.43) 式から $f(\theta_c)$ が求まる。すでに述べたように, (1.3.40) 式から $h = h_1$ における波高 H_1 は, 次式で与えられる。

$$H_1/h_1 = 2 \times A_1^{(1)} \cdot f(\theta_c) \dots\dots\dots (1.3.44)$$

上式において, $A_1^{(1)}$ は (1.3.39) 式でわかるように a/h_1 の関数であり, $f(\theta_c)$ もまた $b (= A_1^{(2)}/A_1^{(1)})$ すなわち a/h_1 の関数である。したがって (1.3.44) 式から a/h_1 を求める場合, 実際にはくり返し計算を行なう必要がある。

(6) 解の検討

ここで, (1.3.37) 式で与えられる解の意味を検討するために, h_1 においてはその右辺の第2項は第1項にくらべて小さく無視しうるものと仮定する。したがって, 第1項すなわち第1次近似解の振幅の2倍が H_1 となり, この関係を用いて (1.3.37) 式を変形すると, 結局次式のようになる。

$$\begin{aligned} \eta/h_1 &= 1/2 \cdot (H_1/h_1) \cdot (h_1/h)^{1/4} \cdot \cos \theta \\ &+ \sqrt{2\pi} \cdot (h_1/L_0)^{1/2} \cdot i^{-1} \cdot (H_1/2h_1)^2 \cdot (h_1/h) \cdot \cos(2\theta + \delta) \\ &\dots\dots\dots (1.3.45) \end{aligned}$$

(1.3.45) 式からわかるように, 線型解である右辺第1項の振幅では, 水深 h の $1/4$ 乗に逆比例し, 底勾配 i には無関係である。これは従来, 反射および波のエネルギーの損失がない場合のきわめて緩やかな勾配上での長波の変形に関する Green の法則¹³⁾ として知られているものに一致する。一方, 非線型の効果を表わす第2項は, 第1項とくらべて, その振幅は水深 h の1乗に逆比例し, 水深の減少にともなう増加の割合が第1項よりはるかに大きい。さらに h_1/L_0 および底勾配 i にも関係し, とくに第2章のエネルギー・フラックス法では説明できない底勾配 i の影響については, i に逆比例して振幅が増大することがわかる。第2章で述べたハイパボリック波理論¹⁵⁾ を用いたエネルギー・フラックス法にもとづく

理論式によると、波高・水深比が小さい場合、(1.2.3 1)式でわかるように波高が水深に逆比例して変化した¹⁶⁾、(1.3.4 5)式の右辺第2項の振幅と水深の関係と一致することは興味深い。さらに、第2項は第1項の1/2の周期を有し、しかも δ だけ位相が進んでいる。(1.3.3 8)式からわかるように、 δ は $\pi/2$ と $\tan^{-1}[(3/10) \cdot \sqrt{2\pi}^{-1} \cdot i \cdot (h/L_0)^{-1/2}]$ とからなり、後者は水深の減少にともなって増加する。このことは、水深の減少にともなって、時間波形が、一様水深の波動理論のように対称ではなく、非対称な形になっていくことを示すと考えられる。

第3節 数値計算結果

(1) 数値計算における制限

すでに図-1.3.3で示したように、この理論には、圧力として静水圧分布を仮定していること、および円柱関数を三角関数で近似したことによって、与えられた波の周期 T および底勾配 i によってきまる h の適用範囲がある。とくに、静水圧分布の仮定によって決まる適用範囲の最深点の水深 h_1 (図1.3.1参照)は、適用限界における h/L の値のとり方によってかわる。(1.3.1)式で与えられる浅水近似の最低次のものの適用範囲としては、たとえば、

$$h/L \leq 1/25$$

という関係が提案されているが¹⁷⁾、ここではその範囲を若干拡大し、

$$h/L \leq 1/20 \quad \dots\dots\dots (1.3.46)$$

をとる。(1.3.3 3)式から(1.3.4 6)式の関係は、

$$T\sqrt{g/h} \geq 20 \quad \dots\dots\dots (1.3.47)$$

となり、微小振幅波の沖波波長 $L_0 = gT^2/2\pi$ を用いると、結局適用範囲の最深点 h_1 は次式で与えられる。

$$h_1/L_0 = 0.0157 \quad \dots\dots\dots (1.3.48)$$

さて、(1.3.3 7)式および(1.3.3 8)式で与えられる η/h の関係を用いて、一様な勾配 i の斜面上での水深減少にともなう波の変形を論ずるには、水深 h_1 での波高 H_1 をあらかじめ与える必要がある。ここでは、第2章のハイパボリック波理論¹⁵⁾によって求めた波高変化の理論曲線(図-1.2.3)を用いて、 h_1 での波高 H_1 を与えることにする。すなわち、沖波波形勾配 H_0/L_0 (H_0 : 沖波波高)

を与え、 $h_1/L_0 = 0.0157$ ($h_1/L = 1/20$)における H_1/H_0 の値を上述の理論曲線から求め、これらの値から $H_1/h_1 = (H_1/H_0) \times (H_0/L_0) / (h_1/L_0)$ を求める。なおハイパボリック波の理論曲線から、 $h_1/L_0 = 0.0157$ では、 $H_0/L_0 \geq 0.006$ の波はすでに碎波を起しており、この理論が適用される波の沖波波形勾配はかなり小さい値に限られることになる。

さらに底勾配 i を与えれば、第2節(5)で述べたように、 a/h_1 を求めることができる。ただし実際に計算するとわかるが、同じ沖波波形勾配に対し、底勾配が小さくなるほど、また同じ底勾配 i に対し、沖波波形勾配が大きくなるほど $A^{(2)}_1/A^{(1)}_1$ の値が大きくなり、1に近い値になる。この理論の適用範囲としては、第2節(4)で述べたように底勾配 i によって $T\sqrt{g/h}$ の最大値が与えられていたが、ここではさらに(1.3.38)式で与えられる第2次近似解の係数 $A^{(2)}$ が第1次近似解の係数 $A^{(1)}$ より小さい範囲を限界として計算を行なうことにする。したがって H_0/L_0 の値が大きくなるほど、計算しうる底勾配の値は大きい値にかぎられてくる。

(2) 数値計算結果

具体的な数値計算は、沖波波形勾配 H_0/L_0 が0.004, 0.002, 0.001, 0.0004, 0.0002, および0.0001の場合について行なった。(1)で述べたように、計算をはじめる最大水深を $h_1/L_0 = 0.0157$ として、エネルギー・フラックスの方法による理論曲線(図-1.2.3)からそれぞれの H_0/L_0 に対応する H_1/H_0 を求め、さらに底勾配 i を与えれば、第2節(5)で述べたように a/h_1 が求まる。底勾配 i としては、 $1/10$, $1/20$, $1/30$, $1/50$, $1/100$ および $1/200$ の6種類の値を与えたが、(1)で述べた底勾配に対する制限から、 $H_0/L_0 = 0.001$ に対しては、 $1/100$ より、 $H_0/L_0 = 0.002$ に対しては $1/50$ より、 $H_0/L_0 = 0.004$ に対しては $1/20$ より大きい勾配についてのみ計算を行なった。

すでに第2節(4)の適用範囲のところで述べたように、計算可能な水深 h には最小値が存在する。その関係は(1.3.34)式で与えられるが、微小振幅波の沖波波長 L_0 を用いると、

$$h/L_0 \geq i^2/8\pi \dots\dots\dots (1.3.49)$$

となる。したがって、この最小値は底勾配 i によってきまり、上述の計算を行なう i については、 $1/10$ に対する約0.0004が最大である。実際には、計算を行なった最小の水深 h/L_0 は0.0003とした。ただし、水深が減少するにつれて、 $A^{(2)}/A^{(1)}$ の値は増加するので、 $A^{(2)}/A^{(1)} = 1.0$ になったところで計算をうち切った。

このような手順で、各 H_0/L_0 に対する各 i について、 h/L_0 を h_1/L_0 から順に小さくして、(1.3.37)式および(1.3.38)式から、それぞれの h/L_0 における η/h_1 を求めた。その結果の1例が図-1.3.5である。ただし図中では、 η/h_1 のかわりに H_1/h_1 でわった η/H_1 を示している。横軸は t/T をとっており、波の1周期における時間的な波形を示している。この例は、 $H_0/L_0 = 0.001$ で $i = 1/20$ の場合であり、上から順に、 h/L_0 が減少する。(a)は適用範

図の最深点にあたる $h/L_0 = h_1/L_0$ であり、この場合の $A^{(2)}/A^{(1)}$ は約 0.25、最後の (d) は $h/L_0 = 0.003$ の場合で、 $A^{(2)}/A^{(1)} = 0.85$ である。4つの波形 η はすべて最深点での波高 H_1 でわっており、(a) における $(\eta/H_1)_{max} - (\eta/H_1)_{min} = 1.0$ から、(b), (c), (d) と水深が浅くなるにつれてその値は増加し、(d) では 2 以上になっている。しかも、波形は、波の峯の前面がしだいにきりたち、後面ではしだいにゆるやかになって、非対称な前かがみの形になっていくことがわかる。第 2 章で述べたエネルギー・フラックス法による波の変形理論では、一波長あるいは一周期の間の平均のエネルギー・フラックスを用いており、時間波形の非対称化のように一周期以内での現象の変化を説明することはできない。運動方程式の鉛直方向に積分された形の浅水理論の第 1 近似の方程式 (1.3.1) 式の解 (1.3.37) 式は、このように水深減少にともなう波形の非対称化を表現することができる。

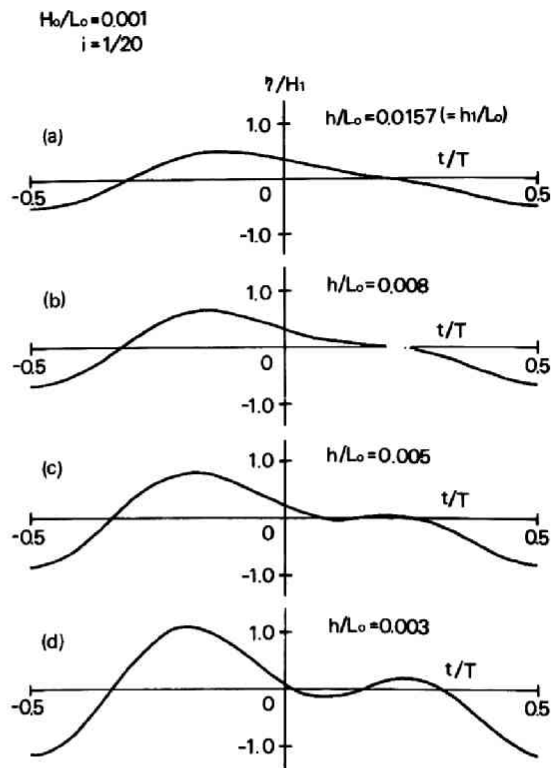
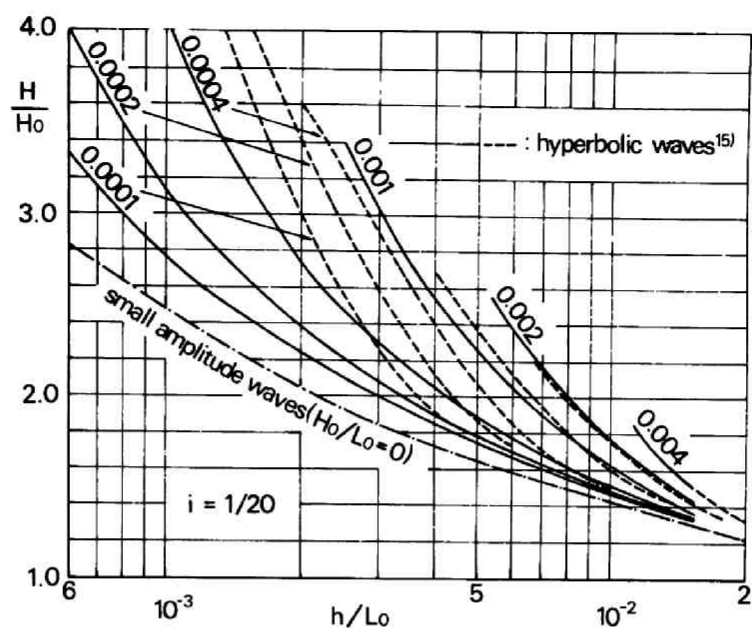


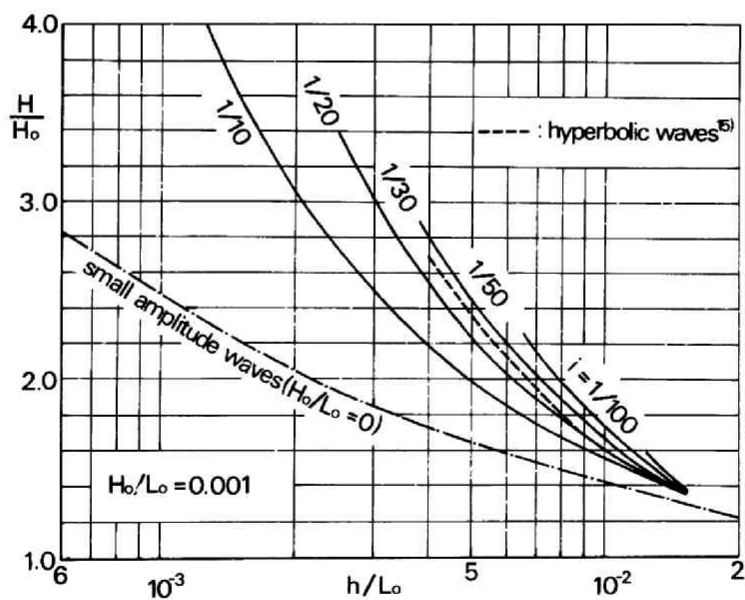
図-1.3.5 水深減少にともなう波形変化

いま波高の変化に注目し、第 2 章で示したエネルギー・フラックス法によって求めた波の変形曲線 (図-1.2.3 および 1.2.4) と同様に、横軸に h/L_0 、縦軸に H/H_0 をとって示した例が、図-1.3.6 (1), (2) である。(1) は底勾配 $i = 1/20$ で沖波波形勾配 H_0/L_0 をかえた場合、(2) は $H_0/L_0 = 0.001$ で i をかえた場合である。なお(2)の場合は、上述のように $i = 1/200$ については計算していない。図中同時に示している破線は、第 2 章で述べたエネルギー・フラックス法によるハイパボリック波¹⁵⁾の理論曲線 (図-1.2.3) であり、一方、一点鎖線は同様に微小振幅波理論によるもの¹⁸⁾である。図では $H/H_0 \leq 4.0$ の範囲で示しているが、理論曲線が $H/H_0 < 4.0$ でおわっているものは、そこで $A^{(2)}/A^{(1)} = 1.0$ になったことを示している。ここで示さなかった計算結果をも含めて、つぎのようなことが言える。

まず、いずれの場合もエネルギー・フラックス法による微小振幅波理論の値よりも大きく、水深の減少にともなう波高増加の割合は大きい。また、ハイパボリック波の理論曲線と同様、沖波波形勾配が大きいほど、同じ底勾配の値に対して波高増加の割合は大きい。ただし、値そのものは、図-1.3.6 (1) でも見られるように、同じ底勾配に対して、沖波波形勾配が小さくなるほどハイパボリック波の理論値よりその増加の割合は小さくなる。つぎに、同じ沖波波形勾配に対して、底勾配 i が小さいほど、波高増加の割合は大きい。この傾向は、(1.3.45) 式の右辺第 2 項の係数に i^{-1} が含まれていることから予想できる



図一 1.3.6 (1) 斜面上の有限振幅長波理論による波の変形
(波高変化におよぼす沖波波形勾配の影響)



図一 1.3.6 (2) 斜面上の有限振幅長波理論による波の変形
(波高変化におよぼす底勾配の影響)

ことである。第2章のエネルギー・フラックス法では、底勾配の効果を考慮することができないが、浅水理論(1.3.1)式の解(1.3.37)式は、水深減少による波の変形におよぼす底勾配の影響を明確に示すことができる。

つぎに、図-1.3.5に示した時間波形において、前面の谷から峯までの時間を t_c 。(図-1.3.7参照)として、 t_c/T の水深減少にともなう変化の例を示したのが、図-1.3.8(1)、(2)である。図-1.3.6(1)、(2)と同様、(1)は底勾配 $i = 1/20$ の場合、(2)は沖波波形勾配 $H_0/L_0 = 0.001$ の場合である。

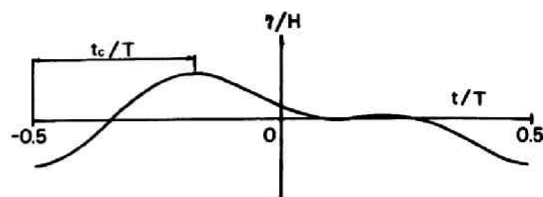


図-1.3.7 波形の非対称性のパラメータ t_c/T

図から、水深の減少にともない t_c/T の値が減少し、波形が前かがみな非対称な形になっていくことが明らかである。図に示した例をも含めて、同じ底勾配に対しては沖波波形勾配が大きいほど、また同じ沖波波形勾配に対しては底勾配が緩やかなほど同一の h/L_0 に対し波形がより非対称な前かがみの形になることがわかる。なお、第1節で述べたように、Biesel⁷⁾は波形の非対称性を表現する量として、波の峯の前面の勾配と後面の勾配の平均値をとり、そ

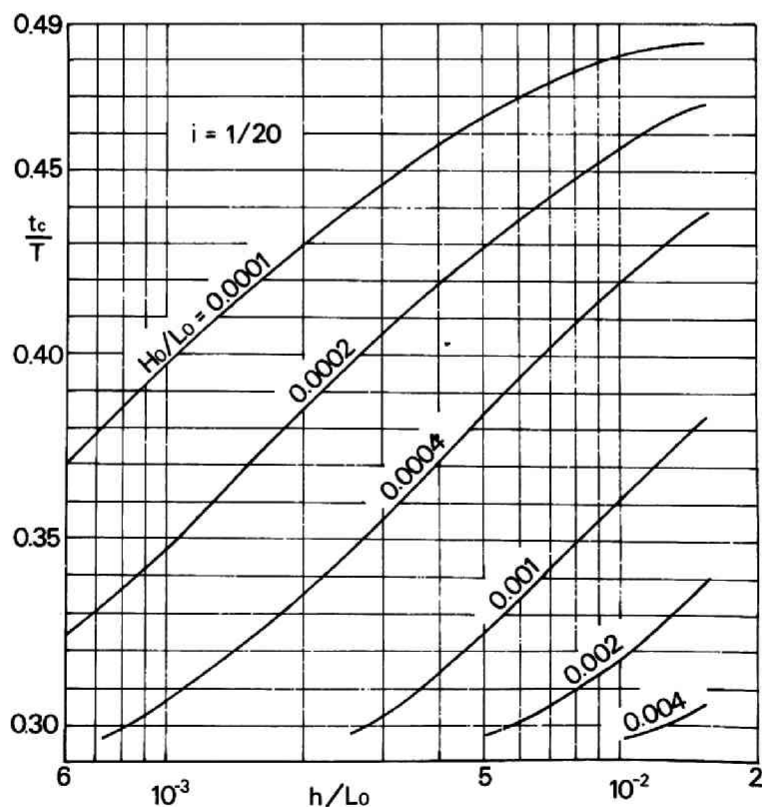


図-1.3.8(1) 斜面上の有限振幅長波理論による波の変形
(波形の非対称化におよぼす沖波波形勾配の影響)

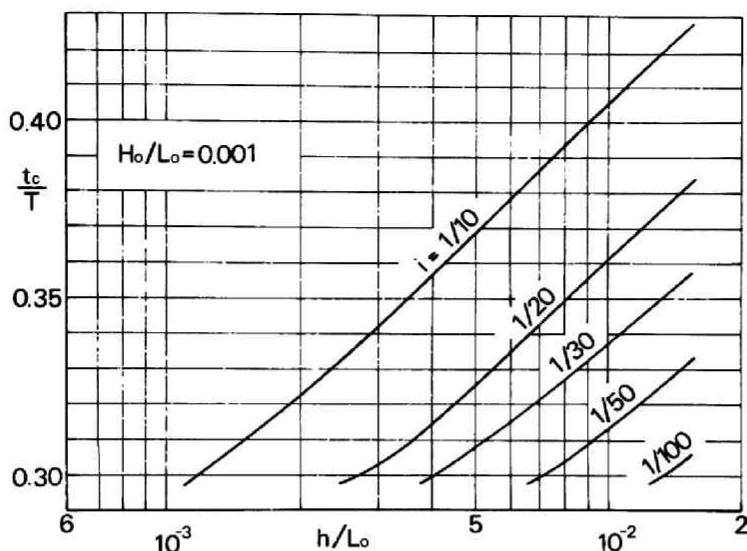


図-1-3-8(2) 斜面上の有限振幅長波理論による波の変形
(波形の非対称化におよぼす底勾配の影響)

の値を理論的に導びいているが、ここでとりあげた t_c/T は、Adeyemo¹⁹⁾ が実験的に検討したいわゆる “wave horizontal asymmetry” に対応するものである。波形の非対称性が水粒子速度の時間変化の非対称性に対応し、したがって構造物に加わる波力あるいは底質の運動に影響することを考えれば、ここでとりあげた t_c/T は、Biesel のパラメータ以上に重要な工学的意味を有するものと考えられる。

第4節 結 言

本章では、鉛直方向に積分された運動方程式として、浅水理論の第1近似の式を基本方程式として取りあげた。

まず、第2節では、2次元の一樣な勾配の海浜での波の変形を議論するため、せつ動法を用いてその非線型効果を考慮し、さらに円柱関数を三角関数で漸近展開することによって、有限振幅長波の一般的な解を求めた。

第3節では、第2節で求められた解を用い、具体的な数値を代入して、水深減少にともなう波の変形を検討するとともに、第2章のエネルギー・フラックス法の結果とも比較した。

エネルギー・フラックス法では説明できない波高変化におよぼす底勾配の影響に関しては、同じ沖波波形勾配に対し、底勾配が緩やかなほど波高増加の割合が大きいことが理論的に明らかにされた。

同様にエネルギー・フラックス法では説明できない波形の非対称化に関しては、水深減少とともに波形がより前かがみな形になることを理論的に明らかにし、沖波波形勾配が大きいほどまた底勾配が緩やかなほど、同じ水深・沖波波長比に対してその傾向が著しいことを理論的に明らかにした。

以上に述べてきた斜面上の有限振幅長波理論による波の変形の結果は、第2章のエネルギー・フラックス

ス法による理論結果とともに、第2編の水深減少にともなう波の諸量の変化の実験的研究の理論的背景となるものである。

参 考 文 献

- 1) Miche, A. : Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante, Annales des ponts et chaussées, pp. 25~78, 131~164, 270~292, 369~406, 1944.
- 2) Lewy, H. : Water waves on sloping beaches, Bulletin of the American Math. Soc., Vol. 52, 1946.
- 3) Stoker, J. J. : Surface waves in water of variable depth, Quarterly of Appl. Math., Vol. V, No. 1, pp. 1~54, Apr., 1947.
- 4) Friedrichs, K. O. : Water waves on a shallow sloping beach, Commun. on Pure and Appl. Math., Vol. 1, pp. 109~134, 1948.
- 5) Keller, J. B. : Surface waves on water of non-uniform depth, Jour. of Fluid Mech., Vol. 4, 1958.
- 6) Tlapa, G. A., C.C. Mei and P. S. Eagleson : An asymptotic theory for water waves on beaches of mild slope, M. I. T. Hydrodynamics Lab. Report No. 90, 1966.
- 7) Biesel, F. : Study of wave propagation in water of gradually varying depth, Gravity Waves Circular No. 521, National Bureau of Standard Washington D. C., 1951.
- 8) Stoker, J. J. : Water Waves, Interscience Pub., Inc., New York, pp. 22~25, 1957.
- 9) 本間 仁 : 長波の変形について, 土木学会誌第19巻, 1933.
- 10) Ichiye, T. : Some remarks on the non-linear theory of shallow water waves on a sloping beach, The Oceanographical Mag., Vol. 4, No. 4, Japan Meteorological Agency, pp. 159~166, 1953.
- 11) Carrier, G. H. and H. P. Greenspan : Water waves of finite amplitude on a sloping beach, Jour. of Fluid Mech., Vol. 4, pp. 97~109, 1958.
- 12) Boudodimos, E. L. and A. T. Ippen : Wave transformation in an open channel transition, Jour. of ASCE, No. HY. 5, pp. 1317~1329, 1968.
- 13) Green, G. : On the motion of waves in a variable canal of small depth and width, Camb. Trans., Vol. VI, 1837.
- 14) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 15) 岩垣雄一 : クノイド波に関する研究(第4報), — hyperbolic waves について(1) —, 京大防災研究所年報第10号B, pp. 283~294, 1967-3.
- 16) 岩垣雄一 : 波の変形論, 1967年度水工学に関する夏期研修会講義集B, 土木学会水理委員会, 1967-8.
- 17) 石原藤次郎・本間 仁 : 応用水理学上, 丸善, p. 126, 1957.

- 18) Mason, M. A. : The transformation of waves in shallow water, Proc. of the 1 st Conf. on Coastal Eng., pp. 22~32, 1950.
- 19) Adeyemo, M. D. : Effect of beach slope and shoaling on wave asymmetry, Proc. of the 11 th Conf. on Coastal Eng., pp. 145~172, 1968.

第 2 編

水深減少にともなう波の変形 に関する実験的研究

第 1 章 序 論

第 1 編で論じた浅海における波の変形、とくに水深の減少にともなう波の変形理論は、2 つの手法によっている。すなわち、第 2 章では、運動方程式の積分形の 1 つであるエネルギー保存式にもとづいており、第 3 章では、運動方程式を鉛直方向に積分した形の浅水理論の第 1 近似の方程式によっている。さらに、第 2 章では、“水深の変化する海底上の波は、同じ水深の水平な海底上の波と同じ特性を有する” といういわゆる Rayleigh¹⁾ の仮定、一方第 3 章では、“圧力分布は静水圧分布に等しい” という仮定など、いずれの手法においても、いくつかの仮定をしてはじめて理論の展開を可能にしている。

本来、浅海における波の変形を理論的に論じる場合、波の運動を支配する運動方程式を厳密に解きうる事が望ましいわけであるが、実際にはそれが不可能なために、適当と思われる仮定をおいてはじめて理論的結果が導かれる。

しかしながら、工学的観点からすれば、このような理論的結果が実際の現象をどれだけ説明しうるか、用いた仮定がはたして妥当であるかどうか、を確かめておく必要がある。理論によっては説明しえない現象があれば、それを理論以外の方法で解明しなければならない。そのための手法として、実験的研究が適当であることは言うまでもない。

従来の水深減少にともなう波の変形に関する実験的研究としては、第 1 編第 2 章第 1 節でも若干ふれたが、周期波の一樣勾配斜面上での波高あるいは波速、波長の変化を取扱ったものとして、Wiegel²⁾、Iversen³⁾ および Eagleson⁴⁾ のものがある。また、とくに孤立波の一樣勾配斜面上での変形を取扱ったものとして、Ippen and Kulin⁵⁾、Street and Camfield⁶⁾、岸・佐伯⁷⁾ および Camfield and Street⁸⁾ などがある。さらに、1/10 以上の急勾配斜面上での周期波の碎波点などに対する斜面勾配の影響を取扱った Ayyar⁹⁾ のものおよび斜面上での波形の非対称性を取扱ったものとして Adeyemo¹⁰⁾ のものがある。

以上の従来の研究のうち、第 1 編で述べた理論結果を検討するために引用できるのは、Wiegel、Iversen および Eagleson のものと Adeyemo のものである。しかしながら、Wiegel、Iversen および Eagleson の波高および波速の変化の実験結果は、第 2 章第 2 節でも述べるように、第 1 編の理論結果を検討するには十分でなく、また Adeyemo の波形の変化に関する実験結果は、その整理の仕方が異なり、しかも、もとの資料がないために比較ができない。

本編では、以上のような観点から、水深減少にともなう波の変形の実験を行なって第 1 編の理論的成果を検討するとともに、理論結果と実験結果とを合わせて、水深減少にともなう波の変形の現象の解明を試みる。海岸工学的には、波の諸量のうちとくに波高、不規則波の場合はスペクトル分布、波速、波長、波の峯高および波形などが重要であり、第 2 章では波高および波速、波長の変化を、第 3 章では不規則波の変形の前段階として合成波のスペクトル分布の変化を、最後に第 4 章では波の峯高を含めた波形の変化について論じる。

参 考 文 献

- 1) Rayleigh, Lord : Hydrodynamical notes, Phil. Mag., Ser. 6, Vol. 21, pp. 177~187, 1911.
- 2) Wiegell, R. L. : Experimental study of surface waves in shoaling water, Trans. of American Geophys. Union, Vol. 31, pp. 377~385, 1950.
- 3) Iversen, H. W. : Waves and breakers in shoaling water, Proc. of the 3rd Conf. on Coastal Eng., pp. 1~12, 1952.
- 4) Eagleson, P. S. : Properties of shoaling waves by theory and experiments, Trans. of American Geophys. Union, Vol. 37, pp. 565~572, 1956.
- 5) Ippen, A. T. and G. Kulin : The shoaling and breaking of the solitary wave, Proc. of the 5th Conf. on Coastal Eng., pp. 27~47, 1954.
- 6) Street, R. L. and F. E. Camfield : Observations and experiments on solitary wave deformation, Proc. of the 10th Conf. on Coastal Eng., pp. 284~301, 1966.
- 7) Kishi, T. and H. Saeki : The shoaling, breaking and runup of the solitary wave on impermeable rough slopes, Proc. of the 10th Conf. on Coastal Eng., pp. 322~348, 1966.
- 8) Camfield, F. E. and R. L. Street : The effects of bottom configuration on the deformation, breaking and run-up of solitary waves, Proc. of the 11th Conf. on Coastal Eng., pp. 173~189, 1968.
- 9) Ayyar, H. R. : Periodic waves shoaling in waters over steeply shoaling bottoms, Proc. of the 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 363~376, 1970.
- 10) Adeyemo, M. D. : Effect of beach slope and shoaling on wave asymmetry, Proc. of the 11th Conf. on Coastal Eng., pp. 145~173, 1968.

第2章 水深減少にともなう波高および波速の変化

第1節 概 説

本章では、波の諸量のうち、工学的にもっとも重要な波高および波速の、水深減少にともなう変化について実験的に究明する。

まず、第2節では、従来の波動理論の適用性に関する研究について、とくに波速の観点から簡単に説明したのち、第1編で求められた水深減少にともなう波高変化の理論結果およびそれから導かれる波速変化の理論結果を示し、さらに従来の実験結果と比較してあらたに実験的研究が必要であることを述べる。第3節では、一様斜面上での波高および波速の変化の実験を行なうための、実験装置および実験方法について述べる。第4節では、実験結果を、第1編で求められた波高変化の理論の結果および波速変化の理論結果とともに示し、実験結果と理論結果を詳細に比較検討することによって、一様斜面上での波の挙動、すなわち波高および波速が進行とともに変化する現象の解明を試みる。

第2節 理論結果と従来の実験結果

(1) 波高の変化

すでに第1編第2章第1節で述べたように、一様水深における波動理論の適用限界については、従来幾多の研究が行なわれ^{1), 2), 3)}、とくに非回転運動をする有限振幅波である Stokes 波の理論およびクノイド波理論の適用限界に関しては、 H/h (H : 波高, h : 水深, 図-2.2.1 参照) の値によって若干の相違はあるが、いずれにせよ h/L (L : 波長, 図-2.2.1 参照) の値が小さくなると、あるいは $T\sqrt{g/h}$ (T : 波の周期, g : 重力加速度) の値が大きくなると Stokes 波理論よりもむしろクノイド波理論を適用すべきことがわかっている。たとえば、岩垣ら⁴⁾によれば、クノイド波理論と Stokes 波理論の適用範囲は、 $H/h \leq 1/10$ ではそれぞれ $T\sqrt{g/h} \geq 6$ および $T\sqrt{g/h} \leq 20$, $1/5 \leq H/h \leq 1/3$ では $T\sqrt{g/h} \geq 12$ および $T\sqrt{g/h} \leq 10$, さらに H/h の値が大きい場合でも $T\sqrt{g/h} \geq 20$ および $T\sqrt{g/h} \leq 6$ となっている。

したがって、第1編第2章で述べたエネルギー・フラックス法による波の変形理論においても、一般的にいて h/L_0 (L_0 : 沖波波長) の値の大きい領域では Stokes 波理論によるもの⁵⁾が適用でき、 h/L_0 の小さい領域ではクノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波理論⁶⁾によるものが適用できると考えられる。

エネルギー・フラックス法による波高変化の理論結果は、すでに理論曲線として図-1.2.3および図-1.2.4に示してある。非回転の有限振幅波である Stokes 波とハイ

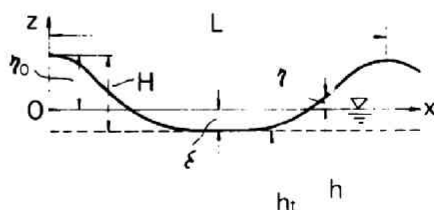


図-2.2.1 座 標 系

パボリック波の理論を用いて求めた波高変化の理論曲線は、ともに微小振幅波理論によるもの⁷⁾より水深減少にともなう波高の増大が著しいこと、沖波波形勾配をパラメータとして波高変化が表現されること、 h/L_0 が大きいと微小振幅波の曲線と一致すること、など共通した傾向をもっていることがわかった。

水深減少にともなう波高変化の実験的研究としては、第1章でも述べたように、Wiegel⁸⁾、Iversen⁹⁾および Eagleson¹⁰⁾のものがある。図-2.2.2は、これらの実験結果を、エネルギー・フラックス法による3種類の理論曲線と比較したものである。実験結果は大きくばらついているが、共通の傾向として、水深・波長比の小さい領域で、沖波波形勾配の小さい波の波高の実験値が微小振幅波理論による理論曲線の値よりかなり大きくなり、その傾向は少なくとも定性的にはハイパボリック波の理論曲線によって説明できる。しかしながら、従来の実験結果では、同じ水深・沖波波長比に対して、沖波波形勾配が大きいほど波高が大きくなるという2つの有限振幅波の理論曲線の傾向を確かめることはできず、あらためて詳細な実験を行なって検討する必要がある。

一方、第1編第3章で述べた斜面上の有限振幅長波理論による波の変形のうち、水深減少にともなう波高変化の理論結果は、すでに図-1.3.6 (1)および(2)に図示してある。図-1.3.6 (2)を見てわかるように、この理論によると、エネルギー・フラックス法では

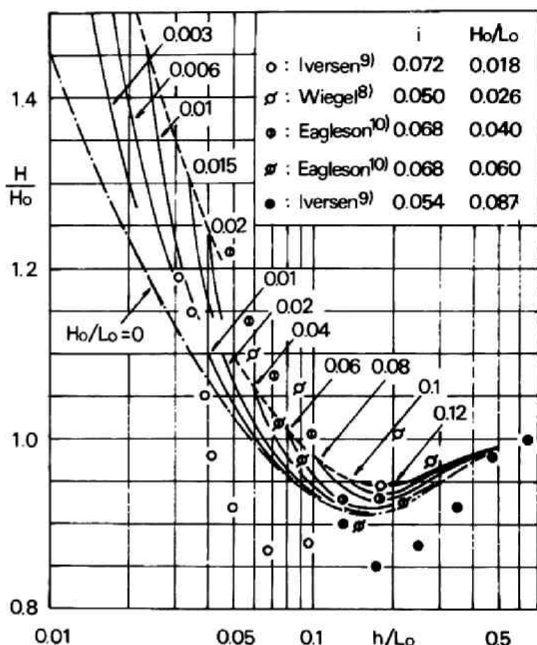


図-2.2.2 従来の波高変化の実験結果

説明できない波高変化におよぼす底勾配の影響が存在し、同じ沖波波形勾配に対して、底勾配が緩やかなほど波高比が大きくなるということが理論的に明らかにされた。底勾配の影響については、従来の実験結果では確かめることができず、この点についてもあらたに実験を行なって検討する必要がある。

(2) 波速の変化

(1)で述べたように、従来一様水深の波動理論の適用性については多くの研究がなされているが、その場合比較の対象とされる波の水理量としては、波速、波の峯高および波形がもっとも一般的である。Laitone¹¹⁾のクノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波理論⁶⁾の波速 c は、次式のように与えられる。

$$\frac{c}{\sqrt{gh}} = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \left\{ 1 + \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{H}{h} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{K}\right) + \left(1 + \frac{2}{K} \frac{H}{h}\right) \left(\frac{H}{h}\right)^2 \left\{ \frac{1}{K} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{20} \right\} \right\} \dots\dots\dots (2.2.1)$$

ここで、 K であらわされる第1種完全だ円積分は、第1編第2章の図-1.2.2に示されるように、 $T\sqrt{g/h}$ と H/h の値を与えれば決定される。図-2.2.3は、 H/h の値が $1/2$ および $1/5$ の場合の $T\sqrt{g/h}$ と c/\sqrt{gh} の関係を、微小振幅波理論、Skjelbreia¹²⁾のStokes波の第3次近似解、Laitone¹¹⁾のクノイド波の第2近似解およびハイパボリック波理論⁶⁾の4つの理論について示したものである。この図から、 H/h の値が $1/2$ および $1/5$ のいずれの場合も、ハイパボリック波理論の適用範囲である $K \geq 3$ ⁶⁾の領域(黒丸で示した点より $T\sqrt{g/h}$ の値の大きい領域)では、ハイパボリック波とクノイド波の理論曲線は完全に一致し、両曲線が離れ始める点は $K=3$ に対応する $T\sqrt{g/h}$ の値よりかなり小さいところであることがわかる。(1)で述べたように、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなるとクノイド波理論が適用される範囲になるが、そのような範囲では、少なくとも波速に関しては、クノイド波理論を用いなくともその初等関数表示であるハイパボリック波理論が十分適用できる。

(1)で述べた一様水深における波動理論の適用性が、水深の変化する海底上の波にも適用しうるとすれば、エネルギー・フラックス法による波高変化の理論結果を用い、一様水深の波動理論の波速を計算することによって、水深の減少にともなう波速の変化を、理論的に求めることができる。

ただし、微小振幅波理論の場合は、すでに第1編の(1.2.20)式の第2式で示しているように、波速の変化は波高に関係なくきまり、若干の変形を行なえば、 h/L_0 と c/c_0 の関係として次式で与えられる。

$$\frac{c}{c_0} = \frac{L}{L_0} = \tanh \left\{ 2\pi \frac{h}{L_0} \left(\frac{c}{c_0} \right)^{-1} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.2)$$

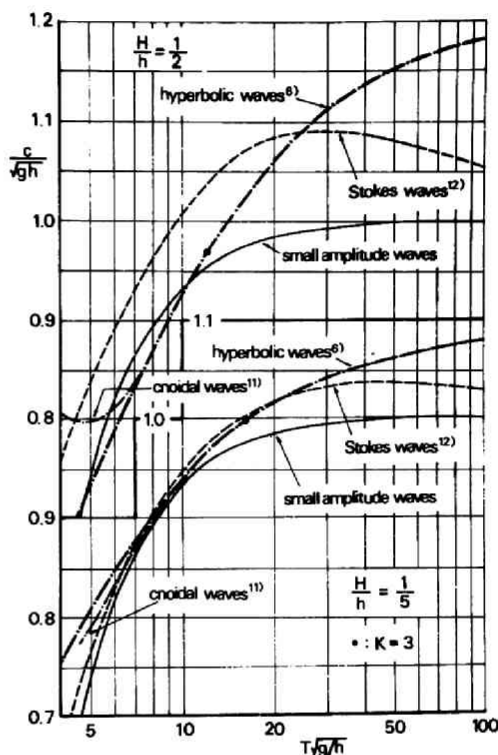


図-2.2.3 微小振幅波、Stokes波¹²⁾クノイド波¹¹⁾およびハイパボリック波理論⁶⁾の波速

ここで、 c_0 および L は沖波波速および波長である。ただしこの場合、 $L=c \cdot T$ における波の周期 T は、水深が変化しても一定であるとしている。したがって、波長比 L/L_0 は波速比 c/c_0 に等しい。(2.2.2) 式で与えられる微小振幅波理論にもとづく水深減少による波速変化は、図-2.2.4 に鎖線で示している。この図からわかるように、微小振幅波理論によれば、水深の減少によって波速および波長はしだいに減少することがわかる。

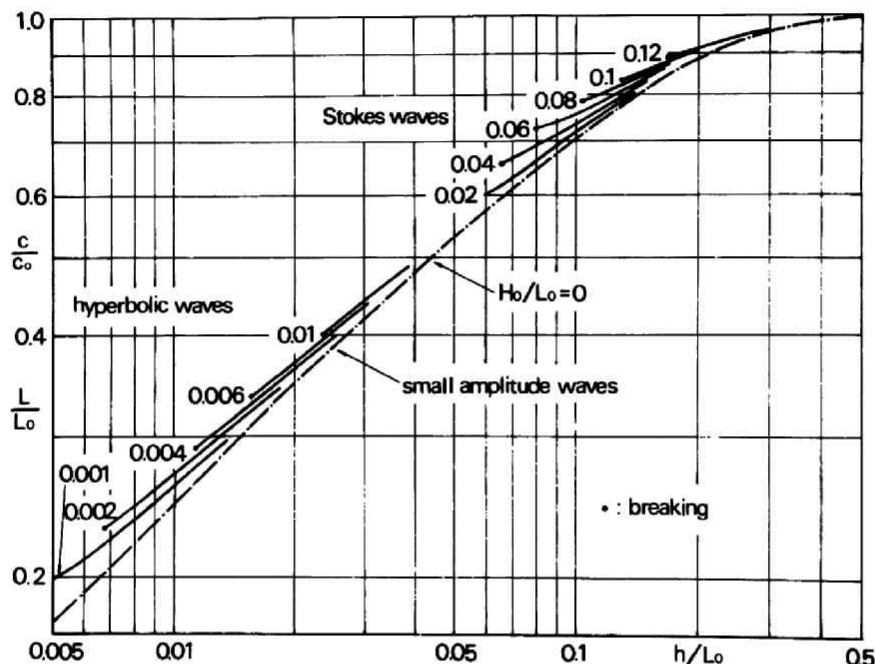


図-2.2.4 エネルギー・フラックス法による波速変化

さて、Stokes 波理論を用いたエネルギー・フラックス法による波速変化は、つぎのようにして求まる。すなわち、Skjelbreia¹²⁾ による Stokes 波の第3次近似解での波速 c は、第1編の(1.2.5)式で与えられ、若干の変形をすれば、次式のようになる。

$$\frac{c}{T} = \frac{g}{2\pi} \tanh\left(2\pi \frac{h}{L}\right) \cdot \left[1 + (2\pi A_1)^2 \frac{\cosh(8\pi h/L) + 8}{8 \{\sinh(2\pi h/L)\}^4}\right] \dots\dots\dots (2.2.3)$$

ここで、 A_1 は波高 H に関する量で、Skjelbreia¹²⁾ の表によって与えられる。上式において $h \rightarrow \infty$ とすれば、沖波波速 c_0 が次式のように求まる。

$$\frac{c_0}{T} = \frac{g}{2\pi} \{1 + (2\pi A_{10})^2\} \dots\dots\dots (2.2.4)$$

ここで、 A_{10} は沖波での A_1 であり、 A_1 と同様 Skjelbreia¹²⁾ の表に与えられている。(2.2.3) および (2.2.4) 式より、Stokes 波の波速比 c/c_0 および波長比 L/L_0 は、次式のように表わされる。

$$\frac{c}{c_0} = \frac{L}{L_0} = \tanh\left(2\pi \frac{h}{L}\right) \cdot \left[1 + (2\pi A_1)^2 \frac{\cosh(8\pi h/L) + 8}{8 \{\sinh(2\pi h/L)\}^4}\right] \cdot \{1 + (2\pi A_{10})^2\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (2.2.5)$$

微小振幅波理論の波速比あるいは波長比は、Stokes 波理論の(2.2.5)式において $A_1 = A_{10} = 0$ とおいたものに等しい。エネルギー・フラックス法による Stokes 波理論の波高変化の(1.2.22)式の計算結果を与えている Koh and Mehaute¹³⁾ の表、Skjelbreia¹²⁾ の表および(1.2.26)式を用いれば、 H_0/L_0 (H_0 : 沖波波高) および h/L_0 の値を与えて A_1 および A_{10} の値が求まるから、Stokes 波理論を用いたエネルギー・フラックス法による波速(および波長)の変化を、 H_0/L_0 をパラメータとする c/c_0 (および L/L_0) と h/L_0 の関係として与えることができる。この結果を図示したのが、図-2.2.4の右上の曲線群である。この図を見てわかるように、Stokes 波理論による水深減少にともなう波速および波長の減少の程度は、微小振幅波理論にもとづく理論曲線のそれよりもやや少なく、しかも沖波波形勾配 H_0/L_0 の値が大きいほどその傾向は顕著である。

つぎに、ハイパボリック波理論⁶⁾を用いたエネルギー・フラックス法による波速(および波長)の変化も同様に求めることができる。

Laitone¹¹⁾のクノイド波の第2近似解の近似表現であるハイパボリック波理論⁶⁾において、波長 L は次式で与えられる。

$$\frac{L}{h} = \left(1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{4K}{\sqrt{3}} \left(\frac{h}{H}\right)^{1/2} \left\{1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{5}{8} \frac{H}{h}\right\}^{-1} \dots\dots\dots (2.2.6)$$

一方、沖波波長 L_0 としては、Skjelbreia¹²⁾ の Stokes 波の第3次近似解による沖波波長 L_0 を用いると、(1.2.26)式から

$$\frac{L_0}{T^2} = \frac{g}{2\pi} \left\{1 + \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \dots\dots\dots (2.2.7)$$

であり、Stokes 波理論の場合と同様、(2.2.6)式および(2.2.7)式の比をとると、波速比 c/c_0 および波長比 L/L_0 は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{c}{c_0} = \frac{L}{L_0} = & \sqrt{2\pi} \cdot \left(\frac{h}{L_0}\right)^{1/2} \left\{1 - \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \\ & \times \left(1 - \frac{3}{2} \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/2} \left\{1 - \left(1 + \frac{1}{K} \frac{H}{h}\right) \frac{5}{8} \frac{H}{h}\right\}^{-1} \dots\dots (2.2.8) \end{aligned}$$

ただし、この場合簡単のために(2.2.6)式の K として、第1編の(1.2.16)式で与えられる近似式を用いている。したがって、 $H/h > 0.55$ の場合は(1.2.17)式を用いるため、 $\{1 - 1.3(H/h)^2\}^{1/2}$ の項は $\{1 - 0.54(H/h)^{3/2}\}$ でおきかえられる。(1.2.30)式でわかるように、 H/h および K はともに H/H_0 、 h/L_0 および H_0/L_0 で表わされるから、図-1.2.3の波高変化の理論曲線を用いれば、Stokes 波理論の場合と同様、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波理論の水深減少にともなう波速(および波長)の変化を、 H_0/L_0 をパラメータとする c/c_0 (および L/L_0)と h/L_0 の関係として与えることができる。その結果を図示したのが図-2.2.4の左側の曲線群である。この図を見てわかるように、この理論曲線が示す水深減少による波速および波長の減少の程度は、Stokes 波の理論曲線と同様、微小振幅波理論による減少の程度よりやや少なく、しかもその傾向は沖波波形勾配が大きいくほど顕著であることを示している。

水深減少にともなう波速(および波長)の変化の実験的研究としては、従来 Wiegell⁸⁾ および Eagleson¹⁰⁾のものがある。図-2.2.5は、これらの実験結果を、上述のエネルギー・フラックス法によって求めた波速変化の理論曲線(図-2.2.4)と比較したものである。この図を見てわかるように、従来の実験値はばらつきが大きく、水深減少にともなって波速が減少することは明らかであるが、沖波波形勾配の影響を検討するには十分でない。波速の変化に関しても、あらためて実験を行なって検討する必要がある。

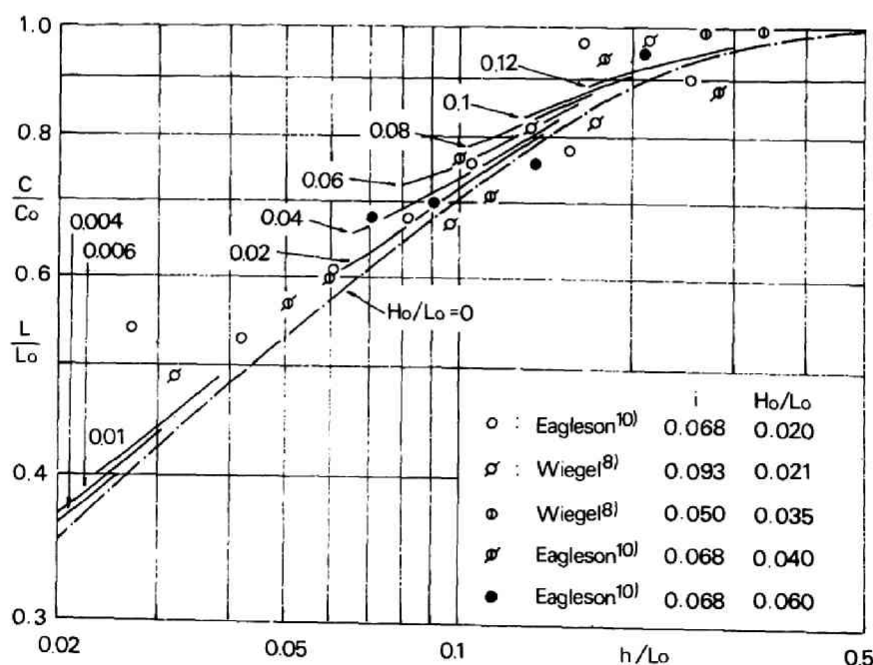


図-2.2.5 従来の波速変化の実験結果

第3節 実験装置および方法

第2節で述べたように、水深減少にともなう波高および波速の変化に関する従来の実験結果は、第1編で述べた波高および波速の変化の理論結果を検討するには十分ではない。ここでは、理論結果、とくに波高および波速の変化におよぼす沖波波形勾配および底勾配の影響を検討する目的で、あらたに実験を行なう。

(1) 実験装置

実験は、京都大学工学部土木工学教室地下実験室および防災研究所宇治川水理実験所の2つの波浪実験水槽を用いた。工学部の水槽は、長さ30m、幅50cm、高さ75cmの一部鋼製、一部ガラス張りの水槽で、その一端に電気油圧式不規則波発生機がとりつけられている。ただし、この実験では、不規則波は対象とせず、造波板のピストン型の運動によって規則波のみ発生させた。一方、防災研究所の水槽は、長さ63m、幅50cm、高さ65cmの鋼製水槽で、その一端にピストン型造波機がとりつけられている。実験は、 $1/10$ 、 $1/20$ および $1/30$ の3種類の底勾配について行なった。いずれの場合も、水槽のほぼ中央部にそれぞれの勾配の鋼製斜面を設置し、斜面後端と水槽他端との間の一様水深部には消波装置を取付けた(図-2.2.6参照)。3種類の斜面勾配 i 、斜面長さ l_s 、および斜面後端の水槽底面からの高さ h_s は、表-2.2.1に示すとおりである。なお斜面と水槽側壁とのすき間には、ビニールテープをはりつけ、すき間を通しての水の出入りを防いだ。

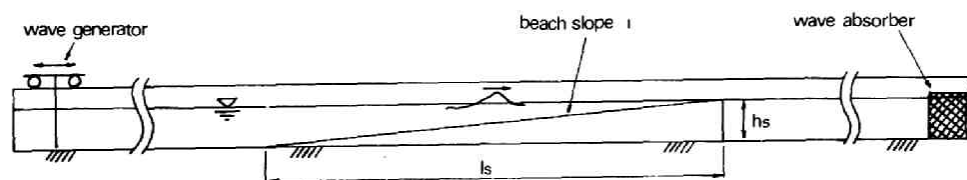


図-2.2.6 実験装置

3種類の斜面勾配の実験での一様水深部水深は、それぞれの斜面後端高さ h_s に等しくとり、波の周期および一様水深部波高を変化させて実験を行なった。したがって、静水面は斜面最後端の高さと一致し、斜面上で砕けた波は、大部分最後端を越えて斜面背後の一様水深部に流入し、消波装置によって消波されることになる。このような方法で、斜面上での波の反射の影響を少しでも小さくし、エネルギー・フラックス法による波の変形理論における反射がないという仮定に近い状況をつくるようにした。

波高計は、電気抵抗線式波高計を用い、一様水深

表-2.2.1 実験装置の諸元

i	l_s (cm)	h_s (cm)
$1/30$	980	33
$1/20$	800	40
$1/10$	460	46

部と斜面上の砕波点に各1台、斜面上の砕波点より深い部分に4台を適当に設置した。後の便宜のために、これら6台の波高計位置を、一様水深部から順にNo. 1～6とする。ただし、波速変化の実験では、No. 2の波高計は斜面ののり先の位置に設置した。

(2) 実験方法

6台の波高計の記録は同時にペン書きオシログラフの記録紙上に記録させたが、波形が安定したのちの記録の中で、斜面上での反射波が造波板によってふたたび反射して帰ってくるまでの数波をとった。

各実験ケースの沖波波形勾配 H_0/L_0 は、つぎのようにして求めた。まず、波の周期 T から、近似的に沖波波長を微小振幅波の沖波波長 $L_0 = gT^2/2\pi$ で与える。つぎに、一様水深部水深 h_1 をこの沖波波長 L_0 でわって得られる h/L_0 の値と最初に仮定する沖波波形勾配 H_0/L_0 とから、エネルギー・フラックス法による波高変化の理論曲線(図-1 2.3 あるいは図-1 2.4)を用いて、波高比 H_1/H_0 (H_1 : 一様水深部波高)を求める。一方、ペン書きオシログラフの記録から一様水深部における波高 H_1 を求め、 H_0/L_0 を仮定して求めた H_1/H_0 とから、沖波波高 H_0 を求める。一般にこうして求めた H_0 を L_0 で割って得られる H_0/L_0 は、最初仮定した H_0/L_0 の値とは異なるから、この操作を繰り返して正しい沖波波形勾配 H_0/L_0 が求められる。ただし、実験ケースによっては、No. 1と2の波高計の間の斜面の先端付近で水の出入りによる波のエネルギーの損失が無視しえないものがあり、その場合にはNo. 2の波高計位置での水深 h_2 および波高 H_2 から、同様の操作をして沖波波形勾配を求めた。

波高変化の実験では、つづいて残りの5台の波高計から波高 H を求め、 H_0 で割って波高比 H/H_0 を得る。一方、5台の波高計位置での水深 h を L_0 でわって水深・沖波波長比 h/L_0 が求められるから、一様水深部での値を含めて H_0/L_0 をパラメータとして6個の h/L_0 の値に対する H/H_0 の値が得られる。この操作を数波について行ない、その平均をとった。

一方、波速変化の実験では、オシログラフの記録紙上で各波の峯の位置を求める。1つの波に対してこの点が6個求まるから、隣り合う波高計記録上の点の間の時間軸方向の距離を求め、記録紙の送り速度と隣り合う2台の波高計間の距離とから、2台の波高計間の平均の波速が求まる。このような波速は、1つの波に対して、それぞれ6台の波高計で区切られる5つの区間に対して得られる。こうして得られた波速は、それぞれの区間の2等分点での波速であるとみなせば、5つの点での h/L_0 に対する波速比 c/c_0 が求まる。ただし、沖波波速 c_0 は、近似的に微小振幅波理論の関係 $c_0 = gT/2\pi$ で与えることにした。この操作を数波について行ない、その平均をとった。

3種類の斜面勾配 i に対する一様水深部水深 h_1 、波の周期 T および一様水深部波高 H_1 は表-2.2.2 および表-2.2.3に示すとおりである。ただし、表-2.2.2は波高変化の実験条件、また表-2.2.3は波速変化の実験条件である。

表-2.2.2
波高変化の実験条件

i	h_1 (cm)	T (sec)	H_1 (cm)
1/30	33.0	2.1	2.5
		2.1	4.3
		2.1	6.3
		2.1	8.8
		1.0	2.5
		1.0	4.0
		1.0	5.8
		1.0	7.9
1/20	40.0	2.0	1.6
		2.0	3.6
		2.0	5.9
		2.0	8.4
		1.5	8.2
		1.5	11.6
		1.2	6.9
		1.0	8.2
1/10	46.0	2.1	2.3
		2.1	4.3
		2.1	6.5
		2.1	8.3
		1.0	2.4
		1.0	4.2
		1.0	6.0
		1.0	7.7

表-2.2.3
波速変化の実験条件

i	h_1 (cm)	T (sec)	H_1 (cm)
1/30	33.0	2.1	2.7
		2.1	4.1
		2.1	6.2
		2.1	9.0
		1.0	2.4
		1.0	4.5
		1.0	6.2
		1.0	7.6
1/20	40.0	2.0	1.5
		2.0	3.1
		2.0	5.8
		2.0	8.2
		1.5	8.4
		1.5	11.4
1/10	46.0	2.1	2.1
		2.1	4.9
		2.1	7.2
		2.1	8.7
		1.0	3.0
		1.0	4.6
		1.0	5.9
		1.0	7.7

第4節 実験結果および考察

(1) 実験結果

図-2.2.7 (1) ~ (6) は、水深減少にともなう波高の変化の実験結果である。図-2.2.7では、横軸に水深・沖波波長比 h/L_0 、縦軸に H/H_0 をとっている。また、比較のために、図中には、第1編第2章で述べたエネルギー・フラックス法による波高変化の理論曲線（図-1.2.3 および 図-1.2.4）を同時に示している。なお、図-2.2.7では、各底勾配 i ごとに2つの図にわけて示しており、実験ケースのうち沖波波形勾配の大きいものは、縦軸のスケールを大きくして見やすくしている。ただし、各実験ケースのプロットされた点のうち5点しかないものは、第3節(2)の実験方法のところで述べたように、一様水深部 h_1 での波高計と、斜面上最初 (h_2) の波高計の間で、斜面と水槽側壁のすき間を通して水の出入りのために波のエネルギーの損失があったと思われる場合で、一様水深部での波高のデータを無視している。

一方、図-2.2.8 (1) ~ (3) は、図-2.2.7 (1) ~ (6) に示した実験結果のうち、各底勾配 i の沖

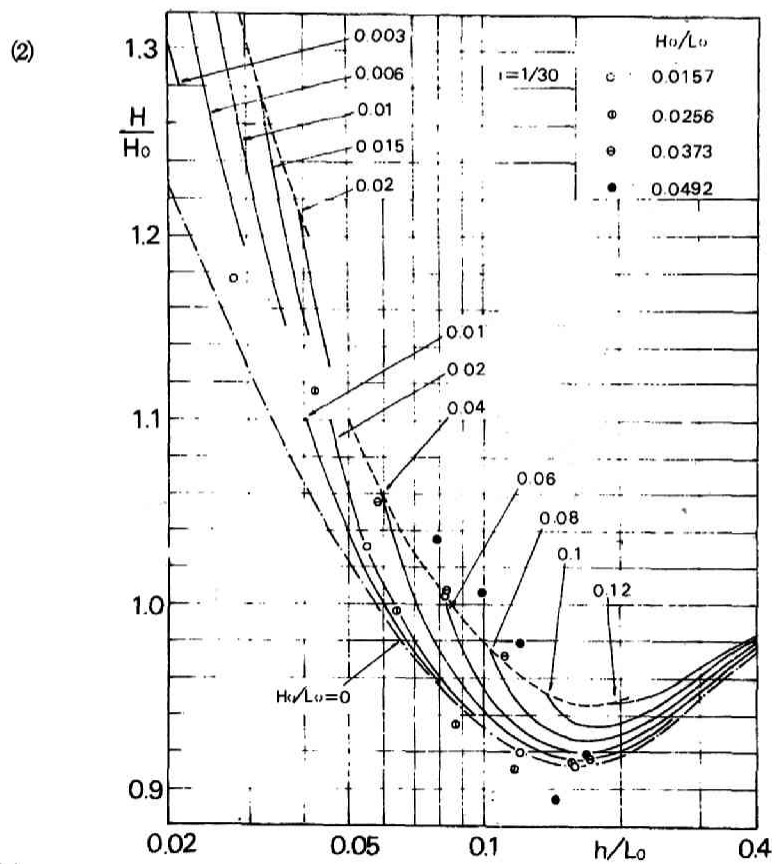
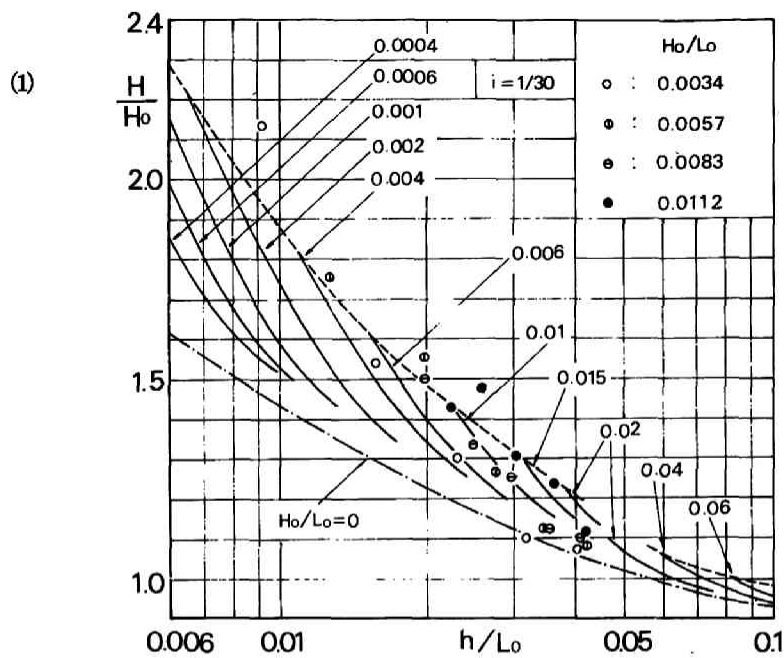


図-2.2.7 (1), (2) 波高変化の実験結果 (エネルギー・フラックス法による理論曲線との比較)

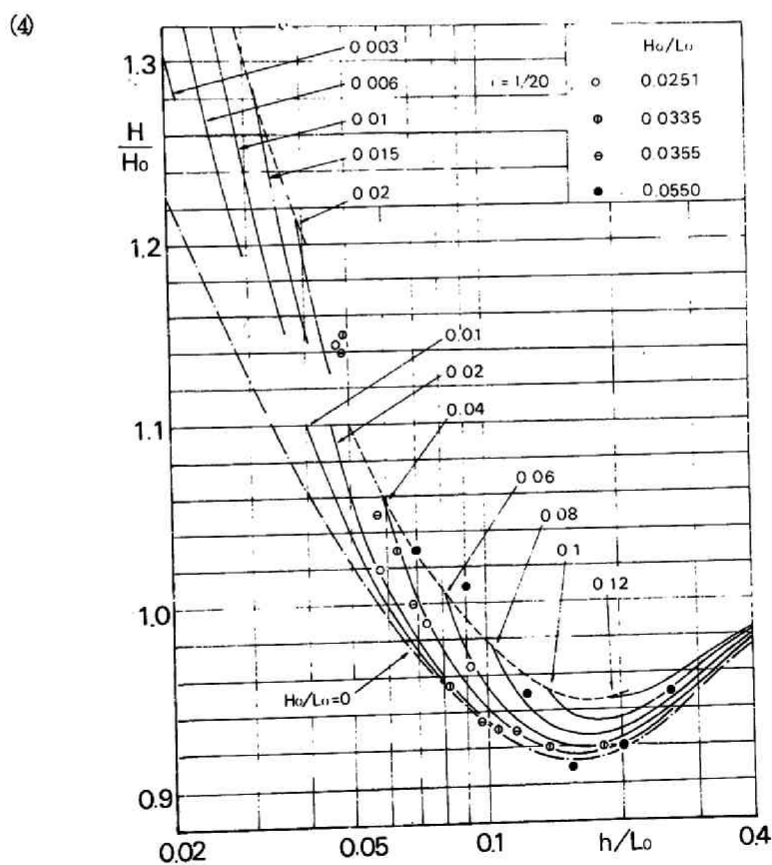
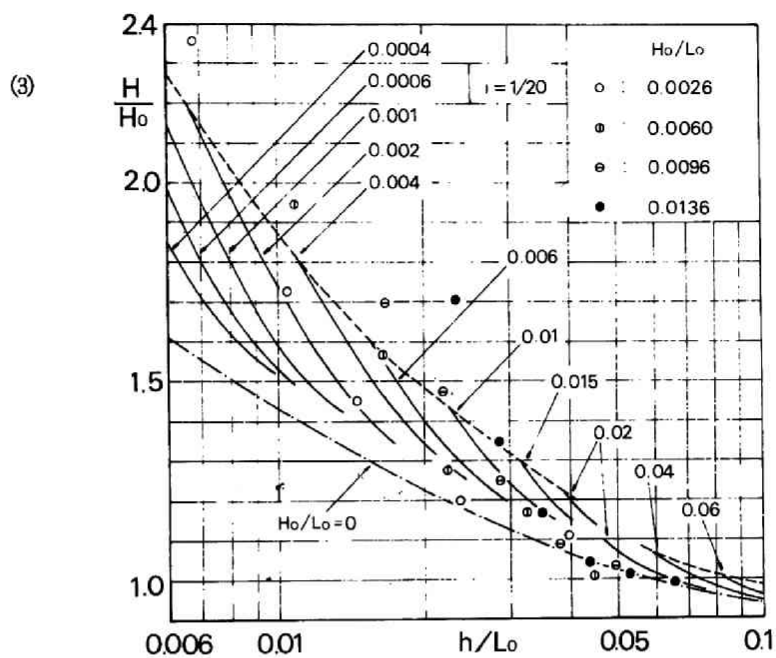


図-2.2.7 (3), (4) 波高変化の実験結果 (エネルギー・フラックス法による理論曲線との比較)

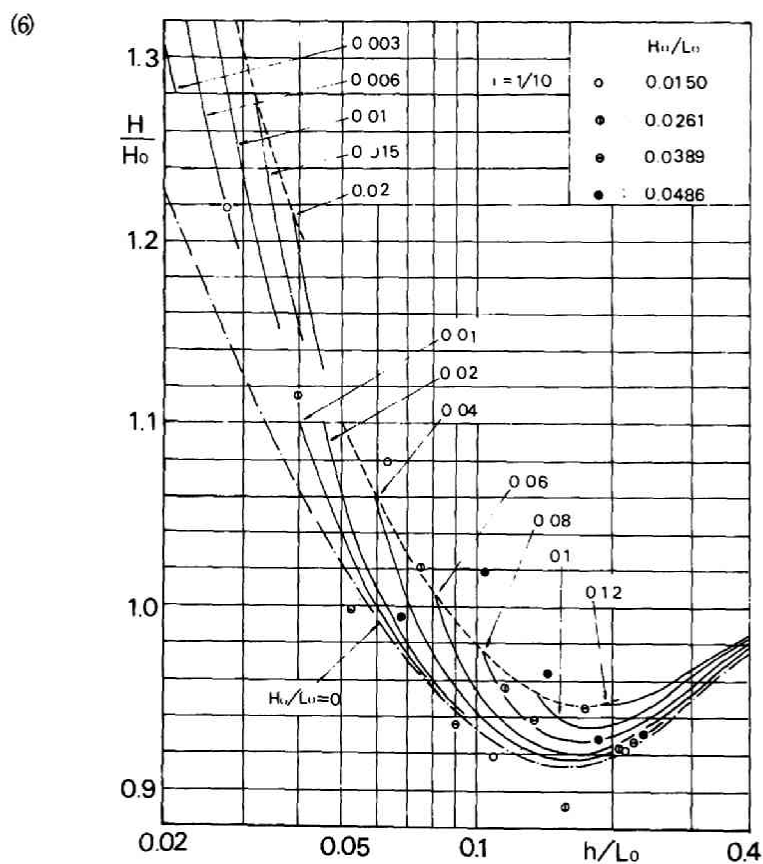
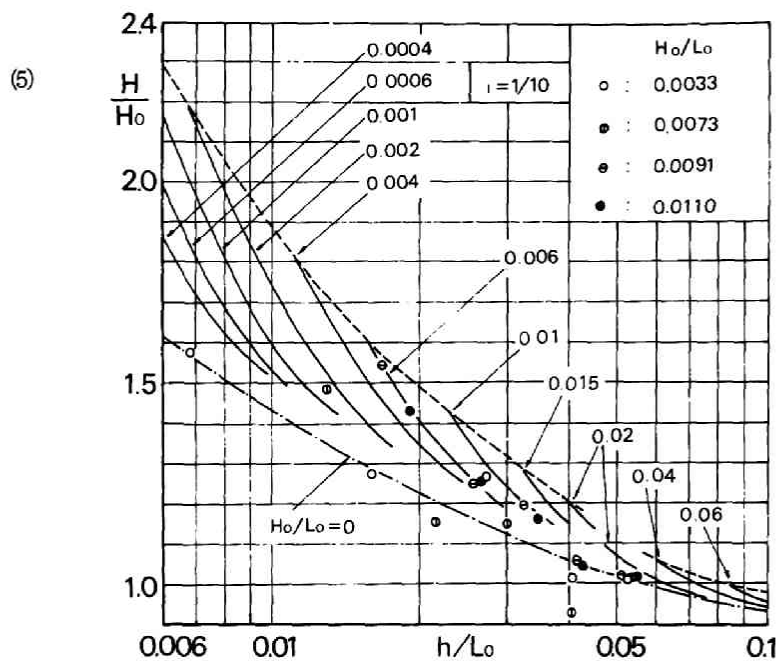
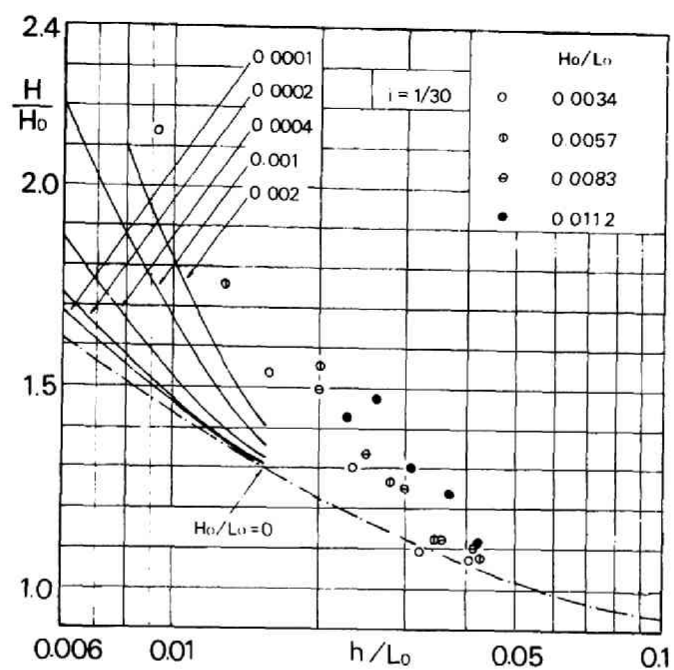
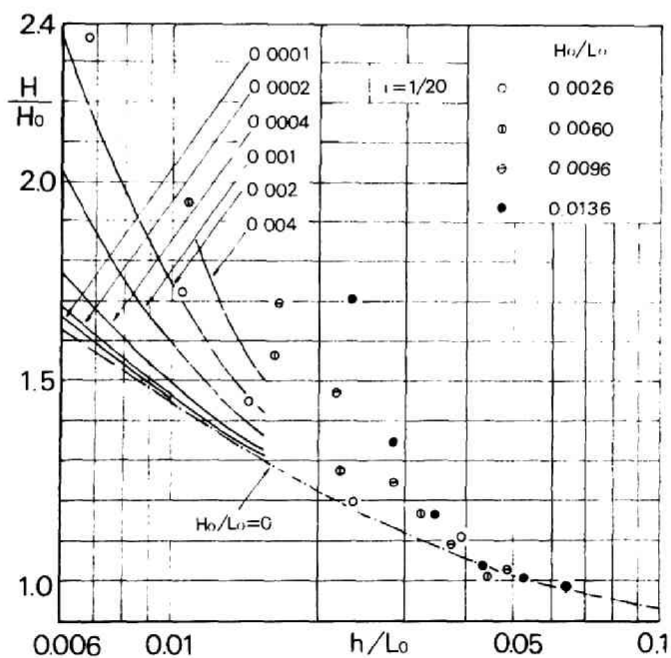


図-2.2.7 (5), (6) 波高変化の実験結果 (エネルギー・フラックス法による理論曲線との比較)

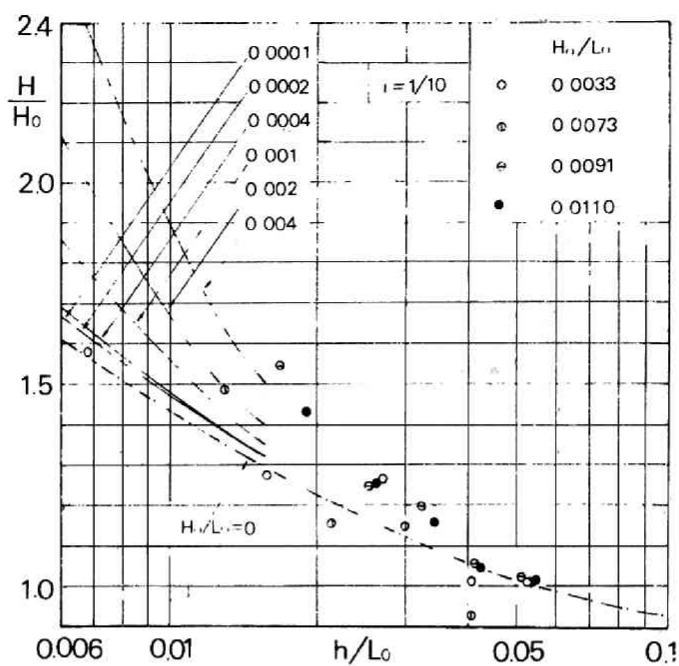


(1)



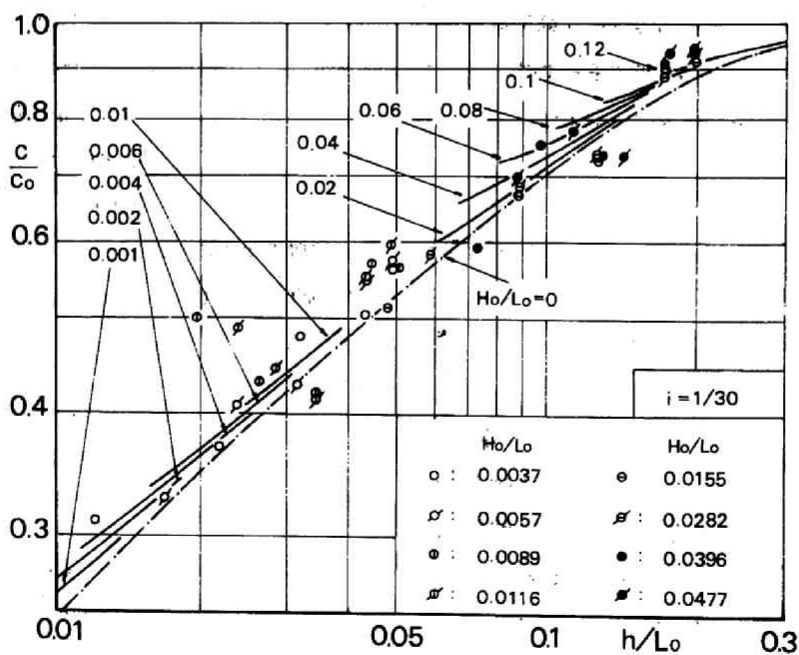
(2)

図-2.2.8 (1), (2) 波高変化の実験結果 (斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線との比較)



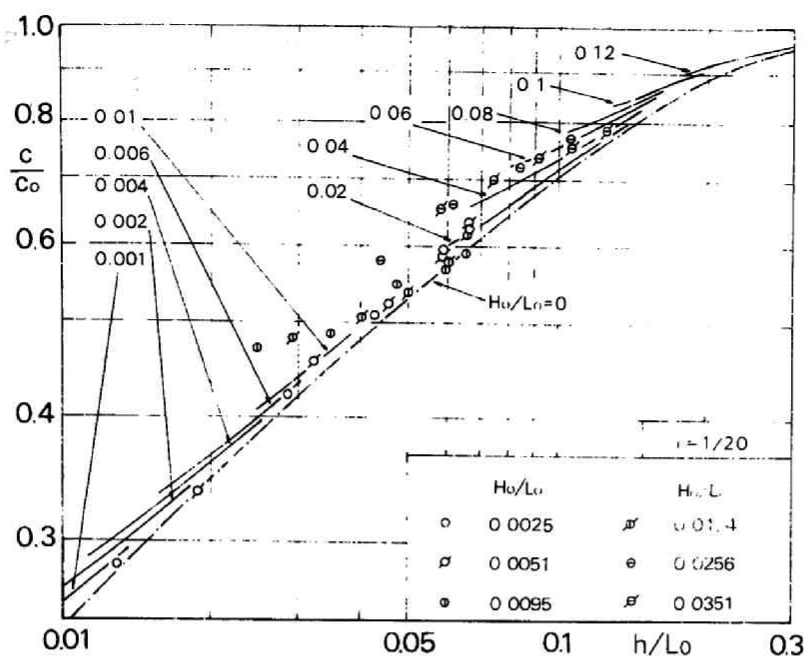
(3)

図-2.2.8 (3) 波高変化の実験結果 (斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線との比較)

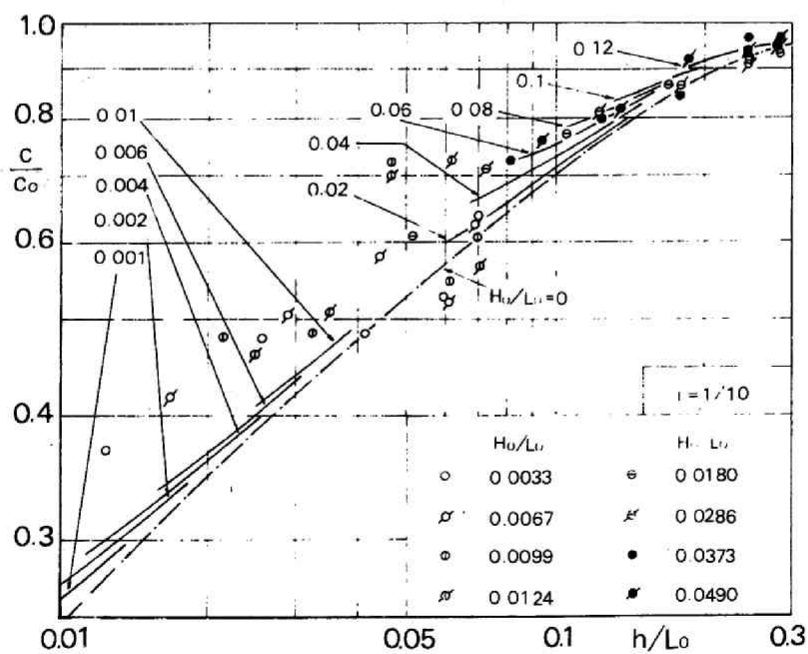


(1)

図-2.2.9 (1) 波速変化の実験結果



(2)



(3)

図-2.2.9 (2), (3) 波速変化の実験結果

波波形勾配 H_0/L_0 の小さい(1), (3)および(5)に示したものを, 第1編第3章で述べた斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線(図-1.3.6 (1)は $i=1/20$ の場合のもの)と比較したものである。底勾配 i の効果が導入できないエネルギー・フラックス法による理論曲線と違って, 図-2.2.8の斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線は, 図の(1), (2)および(3)ごとに, 底勾配 i の値が違いため, 同じ沖波波形勾配 H_0/L_0 の曲線でも理論値は互いに相違している。

最後に, 図-2.2.9 (1) ~ (3) は, 水深減少にともなう波速変化の実験結果である。図中, 横軸は図-2.2.7と同様水深・沖波波長比をとり, 縦軸は波速比 c/c_0 をとっている。また図中には, 第2節で述べたエネルギー・フラックス法による波速変化の理論曲線(図-2.2.4)をも比較のために同時に示している。3つの図は, それぞれ3種類の底勾配 i に対する実験結果である。

(2) 考 察

a) 波高の変化

まず図-2.2.7 (1), (3)および(5)について考察する。それぞれの底勾配に対する波高変化の実験結果のうち, 沖波波形勾配の小さい4つの資料について注目すれば, $i=1/30$ の(1)の場合は, エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波⁶⁾の理論曲線とくらべて, 若干のばらつきはあるが, 全体の傾向として, やや大きめにプロットされている。しかし, 波高の測定誤差が約4%であることを考えると, 実験値と理論値の相対的な差異は実験誤差と同程度であるともいえる。つぎに, $i=1/20$ の(3)の場合の実験値を, 理論値と比較した場合, 実験誤差を考えれば, 十分一致しているといえる。最後に $i=1/10$ の(5)の場合の実験値は, $1/30$ の(1)の場合とは逆に, ハイパボリック波の理論値より小さく, その差異は, 実験誤差以上のものである(たとえば, $H_0/L_0=0.0033$ の実験値と, $H_0/L_0=0.002$ の理論曲線をくらべるとわかる)。

ただし, すでに, 第2節で, エネルギー・フラックス法による理論曲線と, 従来の実験結果^{8), 9), 10)}の比較(図-2.2.2)で, エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波の理論波高が, 水深・波長比の小さい領域で微小振幅波の理論値よりも大きくなるという従来の実験結果の傾向を説明しえることを述べた。ここに示した3種類の底勾配に対する実験結果も, $i=1/10$ の場合の実験値の中に若干微小振幅波の理論曲線より小さいものがあるが, 全体として微小振幅波理論による波高よりも大きい。しかも, いずれの底勾配の場合の実験値も, 沖波波形勾配が大きいほど同じ水深・沖波波長比に対し波高が大きく, ハイパボリック波の理論曲線の傾向と定性的には一致する。

しかしながら, 上述したように実験値の波高は, 底勾配 i に関係し, ハイパボリック波の理論値とくらべて, $i=1/30$ の場合は実験誤差と同程度ではあるがやや大きく, $i=1/20$ の場合はよく一致し, $i=1/10$ の場合はかなり小さく, その程度は実験誤差以上である。すなわち, 実験結果は, 底勾配 i が緩やかなほど同じ沖波波形勾配に対して波高が大きくなることを示しているわけで, この傾向は, 第1編第3章で述べた斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線(図-1.3.6 (2)は $H_0/L_0=0.001$ の場合のもの)における底勾配 i の影響と定性的に一致する。

図-2.2.8 (1) ~ (3) は, 波高変化の実験結果のうち H_0/L_0 の小さい4つのケースを, それぞれの

底勾配 i ごとに、斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線と比較したものである。図を見てわかるように、第1編第3章第2節(4)で述べたこの理論の適用範囲によって、実験値と直接比較できる h/L_0 の値が $0.007 \sim 0.016$ の範囲に限られる。また、パラメータ H_0/L_0 の値についても、 $i=1/20$ と $i=1/10$ の場合には、4つのケースのうちもっとも値の小さいもののみに限られ、 $i=1/30$ の場合は、直接比較しうるものがない。

しかし、 $i=1/30$ の場合では、 $H_0/L_0=0.0034$ の実験値は、 $H_0/L_0=0.002$ の理論曲線から予想しうる傾向にほぼ一致すると思われる。さらに、 $i=1/20$ の場合では、 $H_0/L_0=0.0026$ の実験値は、理論曲線とほぼ一致している。ただし、 $i=1/10$ の(3)の場合は、4つのケースのすべてが理論曲線より小さく、その差は実験誤差では説明できない。このように、 $i=1/30$ および $i=1/20$ の場合は、直接比較できる h/L_0 および H_0/L_0 の範囲が限られているが、理論曲線と実験値はほぼ一致するのに対し、 $i=1/10$ のときの実験値は、理論波高よりも小さく、この理論では定量的な説明は不可能である。

実際の海岸の底勾配は $1/30$ より緩やかな場合も少なくないが、ここで行なった実験での底勾配 i は、 $1/30$ 、 $1/20$ 、 $1/10$ の3種類の値に限られている。合田¹⁴⁾は、従来の碎波指標に関する資料を再整理して、碎波高・碎波水深比 H_b/h_b に関して、底勾配 i が $1/50$ より緩やかな場合は底勾配の影響はないと結論している。碎波にいたるまでの前段階である水深減少にともなう波高変化に関しても、それ以上緩やかな場合は底勾配の影響がないという限界の底勾配が存在することも予想されるが、この実験の範囲では断定しえない。

ここでは、沖波波形勾配が 0.02 より小さい波で水深・沖波波長比が約 0.05 より小さい領域での波高変化は、底勾配が $1/20$ の場合は、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波⁶⁾の理論曲線(図-1.2.3)とよく一致し、沖波波形勾配が大きいほど波高が大きいが、底勾配 $1/30$ の場合は、この理論波高よりやや大きく、その程度は斜面上の有限振幅長波理論によって予想される程度であるのに対し、底勾配 $1/10$ では、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波の理論波高よりはるかに小さく、その差は斜面上の有限振幅長波理論によって予想される以上に大きいことを述べるにとどめる。

つぎに、図-2.2.7(2)、(4)および(6)を見てわかるように、3種類の底勾配に対する実験結果のうち、沖波波形勾配 H_0/L_0 の大きい4つのケースでは、全体の傾向として、波高の実験値は、エネルギー・フラックス法による微小振幅波の理論曲線⁷⁾より大きく、その点に関しては Stokes 波の理論曲線⁵⁾と同じ傾向を有している。しかしながら、実験値の測定誤差と、Stokes 波の理論曲線における沖波波形勾配 H_0/L_0 による理論値の相違の程度が同じであるため、沖波波形勾配の影響を論じることとはできない。また、底勾配 i の相違による波高変化の相違も明確でない。

Stokes 波の理論曲線が存在する水深・沖波波長比が 0.05 より大きい領域での波高変化の程度は、ハイパボリック波⁶⁾の理論曲線が適用できる 0.05 より小さい領域での波高変化の程度よりはるかに小さく、工学的見地からはそれほど重要ではない。ここでは、 $h/L_0 \gtrsim 0.15$ での水深減少にともなう波高減少の割合は、微小振幅波の理論曲線より小さく、 $0.15 \gtrsim h/L_0 \gtrsim 0.05$ での波高増加の割合は微小

振幅波の理論曲線より大きく、その程度は、エネルギー・フラックス法による Stokes 波の理論曲線によって予想される程度であることを述べるにとどめる。

b) 波速の変化

つぎに、水深減少にともなう波速の変化について考察する。図-2.2.9 (1) ~ (3) を見てわかるように、水深の減少にともなう波速は減少し、微小振幅波の理論曲線⁷⁾より小さい実験値もいくつかあるが、全体として、実験値は微小振幅波の理論曲線よりやや大きく、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波⁶⁾の理論曲線および Stokes 波の理論曲線⁵⁾の傾向と一致する。ただし、とくに碎波点付近になると実験値は、2つの有限振幅波の理論曲線よりもさらに大きくなることが多い。なお、沖波波形勾配および底勾配の影響については、この実験結果からは断定しえない。

最後に、第1編第3章の斜面上の有限振幅長波理論によって理論的に導かれ、図-2.2.7に示したように実験的に明らかにされた、水深減少にともなう波高変化におよぼす底勾配の影響について、若干の考察を行なう。

第1編第3章の斜面上の有限振幅長波理論の基礎方程式は、浅水理論の第1近似の方程式(1.3.1)式である。その第2式を若干変形すれば、次式のように書ける。

$$u_t + u \cdot u_x + g \cdot \eta_x = 0, \quad \eta_t + u_x \cdot \eta + u_x \cdot h + u \cdot \eta_x + u \cdot h_x = 0 \dots\dots\dots (2.2.9)$$

一様水深の場合には、上式の第2式の左辺の最後の項 $u \cdot h_x$ が 0 となり、水深が変化する場合の効果はこの $u \cdot h_x$ の項に集約されている。

いま、第1編第3章の図-1.3.1と同様な図-2.2.10の状況を考え、海底の勾配は一様で i とすると $h = i \cdot x$ であり、 $u \cdot h_x = i \cdot u$ となる。したがって(2.2.9)式の第2式を書きかえると、次式のようになる。

$$\eta_t = - (u_x \cdot \eta + u_x \cdot h + u \cdot \eta_x) - i \cdot u \dots\dots\dots (2.2.10)$$

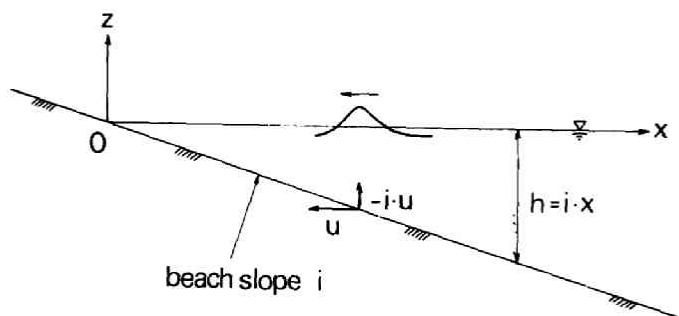


図-2.2.10 斜面上での鉛直方向水粒子速度の存在

図-2.2.10 に示すように、岸向きに進行する波を考え、 u がこの波による水平方向水粒子速度だとすれば、海底上の一点をこの波の峯が通過する位相では、 $u < 0$ (x 軸の正の方向は沖向き)であり、 $-i \cdot u > 0$ となる。 η_t が鉛直水粒子速度にほぼ等しいとすれば、一様勾配斜面の場合の補正項 $u \cdot h_x$ は、この点で振幅が $(-i \cdot u)$ で岸向きの入射波の峯の位相で正、谷の位相で負の値をとる鉛直水粒子速度を意味する。

このことは、言い換えれば、この点で、振幅 $(-i \cdot u)$ の鉛直方向水粒子速度をともなう定常波の腹を生じるような沖向きの反射波が生じていると考えることができる。微小振幅波として考えれば、入射波の振幅を H として、明らかに反射波の振幅は $i \cdot H$ に比例する。したがって、この点での波のエネルギー・フラックスは、入射波による岸向きのものと、反射波による沖向きのものの和からなっていると考えられる。

いま、波の平均のエネルギー・フラックス \overline{W} を与える第1編第2章の(1.2.9)式を用いて、第1編第3章の斜面上の有限振幅長波理論のエネルギー・フラックスを計算してみる。上述したように、斜面上での反射によって鉛直方向水粒子速度が存在すると考えたが、浅水理論の第1近似の基本方程式では、鉛直方向水粒子速度 w を0としており、ここでも便宜上 $w=0$ とし、さらに圧力 p が静水圧分布をすること、および 水平方向水粒子速度 u が鉛直座標 z に関係しないことを考慮して積分を行なうと、結局次式のようになる。

$$\begin{aligned} \overline{W} = & -\frac{1}{8} \rho g \{ H^{(1)} \}^2 \sqrt{gh} \\ & \times \left(1 \right. \\ & + \left[\frac{27}{100} + \frac{1}{4} \cos 2 \left\{ \frac{2\pi x}{\sqrt{\pi/2} \cdot (h/L_0)^{1/2} (h_1/h)^{-1/2} \cdot L_0} - \frac{\pi}{4} \right\} \right] \pi^{-1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot i \cdot \left(\frac{h_1}{L_0} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{h_1}{h} \right)^{5/2} \cdot \left(\frac{a}{h_1} \right)^2 \\ & + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot i^{-1} \cdot \left(\frac{h_1}{L_0} \right)^{5/2} \cdot \left(\frac{h_1}{h} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{a}{h_1} \right)^2 \\ & \left. - \frac{79}{160} \pi^{-1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot i \cdot \left(\frac{h_1}{L_0} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{h_1}{h} \right)^{5/2} \cdot \left(\frac{a}{h_1} \right)^2 \right) \dots\dots\dots (2.2 \quad 11) \end{aligned}$$

ここで、 $H^{(1)}$ は(1.3.37)式の右辺第1項、すなわち第1次近似解の波高であり、他の記号は第1編第3章に述べたとおりである。

(2.2.11) 式の右辺の最初の負号はエネルギー・フラックスが x の負の方向、すなわち岸向きの入射波のエネルギー・フラックスと同じ向きであることを示すが、大きい()の中の第4項は、さらに負号がついていることから、沖向きのエネルギー・フラックス すなわち斜面上での反射波のエネルギー・フラックスであることを示している。

図-2.2.11 に示すように、斜面上の2断面ⅠおよびⅡを考える。斜面上での反射がないとすると、第1編第2章のエネルギー・フラックス法によれば、断面Ⅰでの入射波のエネルギー・フラックスを \bar{W}_{i1} として、断面Ⅱでの岸向きエネルギー・フラックス \bar{W}_{i2} は \bar{W}_{i1} に等しい。しかしながら、斜面上で反射波が存在すれば、断面Ⅱでの反射波によるエネルギー・フラックスを \bar{W}_{r2} として、断面Ⅰでのそれは $\bar{W}_{r1} + \Delta\bar{W}_r$ となり、 $\Delta\bar{W}_r$ は断面ⅡおよびⅠの間の斜面で反射された反射波による沖向きのエネルギー・フラックスである。この場合の入射波の断面Ⅱでのエネルギー・フラックス \bar{W}_{i2} は、エネルギー・フラックス法によれば、この区間でエネルギーの蓄積がないとして、 $\bar{W}_{i2} = \bar{W}_{i1} - \Delta\bar{W}_r$ となる。すなわち、斜面上での反射が存在すると、存在しない場合に比べて、断面Ⅱでの入射波のエネルギー・フラックスは $\Delta\bar{W}_r$ だけ少なくてすみ、したがってまた、波高の増加も反射のない場合よりもその割合が小さいことになる。しかも、上述したように、反射波の波高は i に比例することから、底勾配 i が大きいほど波高増加の割合が小さいことになる。

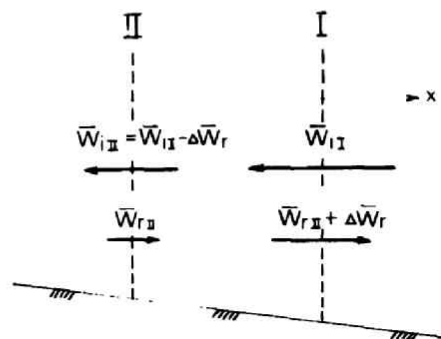


図-2.2.11 斜面上で反射がある場合のエネルギー・フラックス

第5節 結 言

本章では、波の特性のうちもっとも重要な波高および波速の水深減少にともなう変化を取りあげた。まず第2節で、従来の波動理論の適用性に関する研究を、とくに波速に対して略述したのち、第1編で求めた水深減少にともなう波高変化の理論結果とそれから導びかれる波速変化の理論結果を示し、さらに従来の実験結果と比較して、あらたに実験的研究が必要であることを述べた。

さらに、第3節で一樣斜面上での波高および波速の変化の実験を行なうための、実験装置および実験方法について述べたあと、第4節において、実験の結果を、波高変化と波速変化の理論結果と比較検討して、つぎのような結果が得られた。

沖波波形勾配が0.02より小さい波で、水深・沖波波長比が約0.05より小さい領域での波高変化は、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波の理論曲線と、底勾配が1/20の場合にはよく一致し、沖波波形勾配が大きいほど波高が大きいが、底勾配1/30の場合の実験値は、この理論波高よりやや大きく、その程度は斜面上の有限振幅長波理論によって予想される程度であるのに対し、底勾配1/10では、

逆に理論波高よりはるかに小さく、その差は斜面上の有限振幅長波理論によって予想される以上に大きい。

水深・沖波波長比 h/L_0 が約 0.15 より大きい領域での、水深減少にともなう波高減少の割合は、微小振幅波の理論曲線より小さく、 $0.15 \geq h/L_0 \geq 0.05$ での波高増加の割合は微小振幅波の理論曲線より大きく、その程度は、エネルギー・フラックス法による Stokes 波の理論曲線によって予想される程度である。

水深の減少にともなって波速は減少するが、その値は微小振幅波によるものよりやや大きく、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波および Stokes 波の理論曲線の傾向とほぼ一致する。

参 考 文 献

- 1) Keulegan, G. H. : Wave Motion, Engineering Hydraulics ed. by H. Rouse, Wiley, New York, Chapt. 11, 1950.
- 2) Laitone, E. V. : Limiting conditions for cnoidal and Stokes waves, Jour. of Geophys. Res., Vol. 67, No. 4, pp. 1555 ~ 1564, Apr., 1962.
- 3) Wilson, B. W., L. M. Webb and J. A. Hendrickson : The nature of tsunamis, Their generation and dispersion in water of finite depth, National Science Co. Tech. Report No. SN 57-2, pp. 1~150, Aug., 1952.
- 4) 岩垣雄一・山口正隆 : Stokes 波とクノイド波の適用限界について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 8~16, 1967-10.
- 5) Le Méhauté, B. and L. M. Webb : Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order of approximation, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 23~40, 1964.
- 6) 岩垣雄一 : クノイド波に関する研究 (第4報), — hyperbolic waves について (1) —, 京大防災研究所年報第10号B, pp. 283~294, 1967-3.
- 7) Mason, M. A. : The transformation of waves in shallow water, Proc. of the 1st Conf. on Coastal Eng., pp. 22~32, 1950.
- 8) Wiegell, R. L. : Experimental study of surface waves in shoaling water, Trans. of American Geophys. Union, Vol. 31, pp. 377~385, 1950.
- 9) Iversen, H. W. : Waves and breakers in shoaling water, Proc. of the 3rd Conf. on Coastal Eng., pp. 1~12, 1952.
- 10) Eagleson, P. S. : Properties of shoaling waves by theory and experiments, Trans. of American Geophys. Union, Vol. 37, pp. 565~572, 1956.
- 11) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 12) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 13) Koh, R. C. Y. and B. Le Méhauté : Wave shoaling, National Engineering Science Co., Jan., 1966.
- 14) 合田良実 : 碎波指標の整理について, 土木学会論文報告集 No. 180, pp. 39~49, 1970-8.

第3章 水深減少にともなう合成波のスペクトル分布の変化

第1節 概 説

第2章では水深減少にともなう波高および波速の変化を論じたが、その場合の波は単一の周期を有する規則波であった。しかしながら、実際の海岸の波浪は多くの周期成分からなる不規則波浪である。最近、この不規則性が海岸工学上の問題にどのような影響を及ぼすかを明らかにするため、実験室で不規則波を発生させる装置がいくつか開発され、不規則波の水深変化にともなう変化についても実験水槽で実験を行うことが可能になった。

不規則波の変形の問題に関しては、すでに Bretschneider¹⁾ が、不規則波のスペクトル分布が浅海において水深の減少および底面摩擦によってどのように変化するかを論じているが、そこでは波の非線型効果による成分間の非線型干渉は考慮されていない。不規則波のスペクトル分布の水深減少にともなう変化を考える場合、水深が浅くなり波高が増大するとともに非線型効果も増大することを考えると、各成分間の非線型干渉が無視しえないと思われる。

水深減少にともなう不規則波の成分間の非線型干渉の増大については、第2章で述べた規則波の波高変化では説明しえない。ここでは、連続なスペクトル分布を有する不規則波の水深減少にともなうスペクトル分布の変化を論ずる前段階として、2つの周期の異なる単一波を重ね合わせた合成波の水深減少にともなう変化の実験を行ない、2つの基本成分および2次干渉によるそれぞれの周波数の倍成分および和と差の成分の成分波高の変化について検討する。すなわち、第2節では、合成波発生機を含めた実験装置および実験方法について述べ、第3節では実験の結果得られた各成分波高の水深減少にともなう変化の実験結果を示し、第2章で述べた規則波の波高の変化および従来の一様水深における2次干渉の理論と比較検討し、連続なスペクトルを有する不規則波の水深減少にともなう変化を論じる際の基礎を提供する。なお、ここで合成波と名づけたのは、有限個の各成分の波高が変化しないという意味でいわゆるランダム波と区別するためである。

第2節 実験装置および方法

(1) 実験装置

実験は、第2章で述べた京都大学工学部土木工学教室地下実験室の波浪水槽を用いた。波高、波速の実験の場合と同様、30mの水槽のほぼ中央部に鋼製斜面を設置し、斜面後端と水槽他端との間の一様水深部には消波装置を設置した。ただし、斜面勾配は1/20の1種類で、長さは7.2mである。したがって、斜面の最後端は水槽底面から36cmの高さになる。実験における一様水深部水深は、波高、波速の変化の実験と同様、静水面が斜面最上端の高さに一致するよう、つねに36cmにし、斜面上での波の反射およびもどり流れの影響をできるだけ少なくした。

合成波発生機²⁾（写真-2.3.1参照）は、隣り合う2つのピストンの周期がたがいに $1:\sqrt{2}$ の関

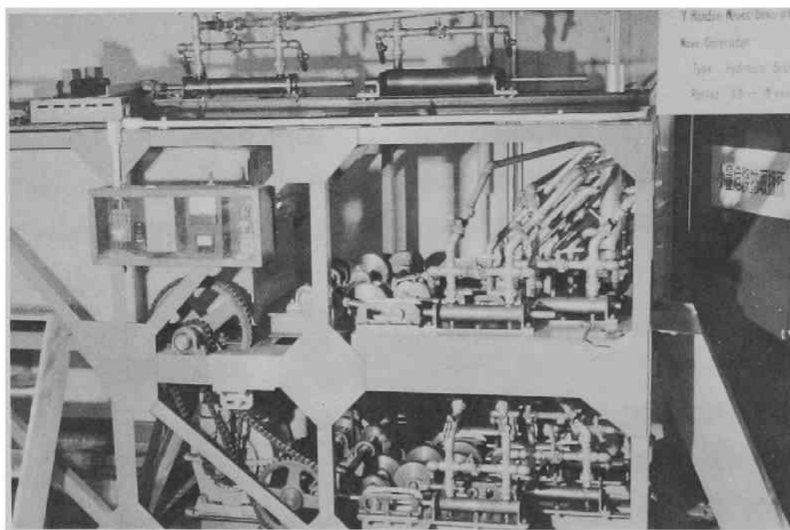


写真-2.3.1 油圧式合成波発生機²⁾

係にある単振動を行なう8個の油圧式ピストンからなり、それらの振動を重ね合わせた運動を造波機に与えることによって、合成波を発生させることができる。またピストン駆動モータの回転数を変えることによって、隣り合うピストンの周期の比を $1 : \sqrt{2}$ に保ちながら、それぞれの周期を連続的に変えることができ、一方、ピストン回転軸の偏心量をかえることによって、その振幅を自由に変えることができる。

波高計としては電気抵抗線式波高計を用い、一様水深部に1台、斜面上合成波の碎波点を含む3点に3台設置した。ここで合成波の碎波点は、刻々変化する碎波点のうちもっとも深い位置のものをとった。後の便宜のために、4台の波高計を一様水深部から順にNo. 1～4とする。4台の波高計位置での水位変化は、同時にペン書きオシログラフとデータレコーダによって記録した。

(2) 実験方法

実験は、まず重ね合わすべき2つの単一波について行ない、つづいてこれら2つを重ね合わせた合成波について行なった。2つの単一波の周期の比はつねに $1 : \sqrt{2}$ とした。重ね合わす2つの単一波の周期の比を $1 : \sqrt{2}$ としたのはつぎの理由による。合成波発生機を構成する8個のピストンの隣り合う2個のピストンを用いればその周期の比は $1 : \sqrt{2}$ であるが、1つおいた2個のピストンを用いると $1 : \sqrt{2}^2 = 1 : 2$ となる。したがって、長周期成分の基本周波数を $f^{(1)}$ とすれば、短周期成分の基本周波数 $f^{(2)}$ は、 $f^{(2)} = 2 \cdot f^{(1)}$ となり、長周期成分の倍周波数成分の周波数 $f^{(11)} = 2 \cdot f^{(1)} = f^{(2)}$ となって、長周期成分の倍周波数成分は短周期成分の基本成分と周波数が一致し、周波数分解を行なった場合、両者を分離できない。2つの単一波の周期の比を $1 : \sqrt{2}$ としたのは、第3節で述べるようにこのような混同をさけるためである。

データレコーダにアナログな電圧の変化として入った記録は、A-D変換器によって一定時間間隔(0.08 sec)ごとのデジタルな記録に変換し、十分波形が安定したのちのもので造波板からの反射の影

響のない部分を電子計算機によって周波数分解して各成分波高を求めた。

表一 2.3.1 実験条件

実験条件は表一 2.3.1 に示すとおりである。ここで h_1 は一様水深部水深、また H_1 は一様水深部での波高であり、周波数分解した基本成分波高ではない。単一波のケースでは、 H_1 はペン書オシログラフの記録紙から読み取れるが、合成波のケースでは読み取れないので記入していない。

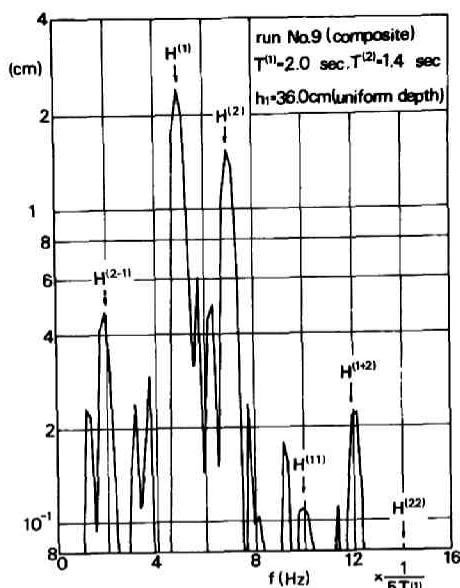
第 3 節 実験結果および考察

第 2 節で述べたように、一組をなす 3 つの実験ケースの長周期の単一波の周期を $T^{(1)}$ とすると、 $1/\sqrt{2} \approx 5/7$ であるから短周期単一波の周期 $T^{(2)}$ は $5/7 \cdot T^{(1)}$ となる。したがって、長周期単一波および短周期単一波の周波数は、それぞれ $5/(5T^{(1)})$ および $7/(5T^{(1)})$ となり、これらは 2 つの基本成分の周波数すなわち基本周波数である。つぎに、これらの倍の周波数のいわゆる倍成分の周波数は、それぞれ $10/(5T^{(1)})$ および $14/(5T^{(1)})$ であり、また和と差の成分の周波数は $12/(5T^{(1)})$ および $2/(5T^{(1)})$ となる。これら 6 つの周波数を有する各成分波高を、 $H^{(1)}$ 、 $H^{(2)}$ 、 $H^{(11)}$ 、 $H^{(22)}$ 、 $H^{(1+2)}$ 、 $H^{(2-1)}$ とする。

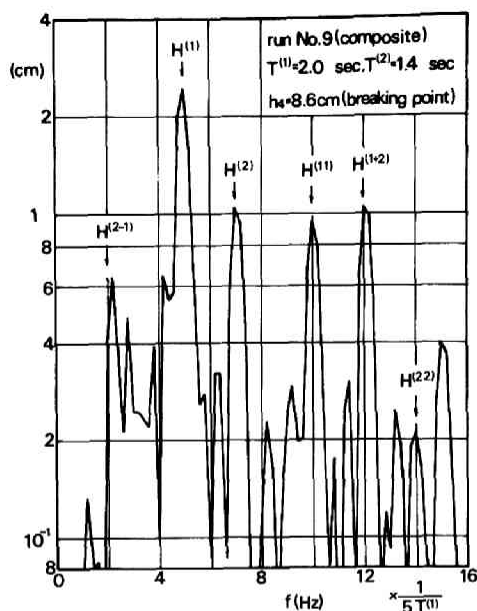
図一 2.3.1 は、 $T^{(1)} = 2.0 \text{ sec}$ および $T^{(2)} = 1.4 \text{ sec}$ の合成波の run No. 9 の、一様水深部および砕波点での成分波高スペクトル分布を示したものである。(1) の一様水深部 h_1 では、2 次成分波高 $H^{(11)}$ 、 $H^{(22)}$ 、 $H^{(1+2)}$ および $H^{(2-1)}$ は、いずれも 2 つの基本成分波高 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ とくらべてはるかに小さい。一方、(2) の合成波の砕波点 h_4 では、4 つの 2 次成分波高はいずれも増大し、とくにこの場合は $H^{(11)}$ および $H^{(1+2)}$ は基本成分波高と同じオーダーに達している。

ここで、2 つの基本成分および 4 つの 2 次成分の成分波高の水深減少にともなう変化を調べてみる。図一 2.3.2 は、2 つの基本成分波高 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ の変化を示したものである。この場合には、第 1 編第 2 章のエネルギー・フラックス法による波高変化の理論曲線図一 1.2.3 および 1.2.4 と比較するため、水深 h を微小振幅波の沖波波長 $L_0 = gT^2/2\pi$ (g : 重力加速度) でわった h/L_0 を横軸にとった。ただし、波の周期 T としてはそれぞれ $T^{(1)}$ および $T^{(2)}$ を用いた。一方縦軸は、 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ を沖波波高 H_0 でわったものをとっている。ただし、斜面の先端と水槽側壁および底面とのすき間を通しての水の出入りの防止が十分でなく、4 つの波高計のうち一様水深部の No. 1 と斜面上もっとも一様水深部に近い No. 2 の波高計の間で波のエネルギー損失が考えられたので、斜面上の 3 つの測定点のうち No. 2 での $H^{(1)}$ および

run No.	h_1 (cm)	T (sec)	H_1 (cm)
1	36.0	1.0	1.1
2	36.0	0.7	1.6
3	36.0	1.0 0.7	
4	36.0	1.6	1.3
5	36.0	1.1	3.0
6	36.0	1.6 1.1	
7	36.0	2.0	2.4
8	36.0	1.4	1.6
9	36.0	2.0 1.4	
10	36.0	2.6	2.8
11	36.0	1.8	2.4
12	36.0	2.6 1.8	



(1)



(2)

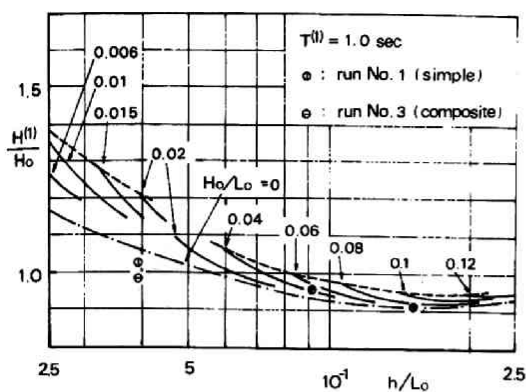
図-2.3.1 (1), (2) 成分波高スペクトル分布

$H^{(2)}$ が、エネルギー・フラックス法による微小振幅波の波高変化の理論曲線 ($H_0/L_0 = 0$) の値に一致するとして H_0 を逆算した。各図は、同じ周期の基本成分の単一波の場合と合成波の場合を比較できるように一緒に示している。(1) と (2) が $T^{(1)} = 1.0$ sec と $T^{(2)} = 0.7$ sec の run No. 1 ~ 3, (3) と (4) が 1.6 sec と 1.1 sec の run No. 4 ~ 6 というように2つつ順番に周期が $1 : \sqrt{2}$ の関係にある組み合わせになっている。

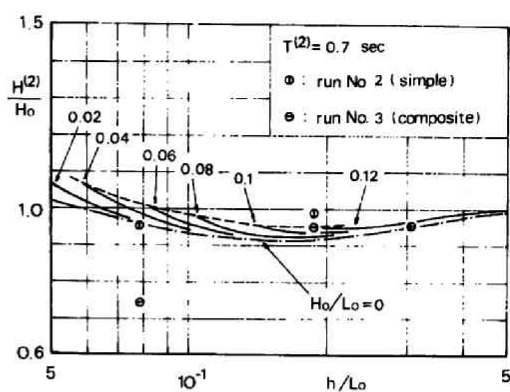
これらの図を見てわかるように、単一波の場合の基本成分波高は $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ のいずれも、水深減少にともなうその変化はエネルギー・フラックス法による微小振幅波の理論曲線とほぼ一致している。しかしながら、合成波の場合の2つの基本成分波高は、単一波のそれよりも水深減少による増加の割合が小さく、逆に減少しているものも少なくない。しかも単一波との差異の程度は、一般に2つの基本成分のうち短周期のもの $H^{(2)}$ の方が著しい。

いま、図-1.2.3および1 2.4のエネルギー・フラックス法によるハイパボリック波³⁾の波高変化の理論曲線と Skjelbreia⁴⁾の Stokes 波の第3次近似解から求められた理論曲線⁵⁾から Stokes 波の第3次近似解における基本成分波高 $H^{(1)}$ を求め、その変化を示したのが図-2.3.3の破線群である。破線群のうち、図の左側の沖波波形勾配 H_0/L_0 が 0.0004 から 0.02 のものは、ハイパボリック波の波高 H の理論値を用いて Stokes 波理論の基本成分波高 $H^{(1)}$ を求めたもので、Stokes 波の解の収束性が悪い点に問題があるが、一般につぎのことが言える。

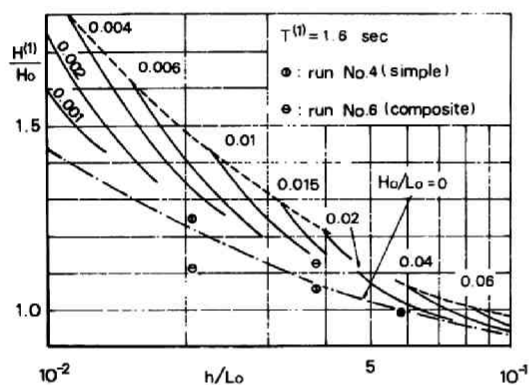
微小振幅波理論では、フーリエ分解する以前のいわゆる波高 H は基本成分波高 $H^{(1)}$ に等しく、 H/H_0 と



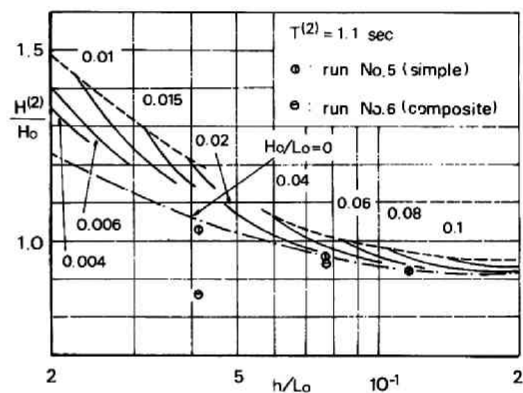
(1)



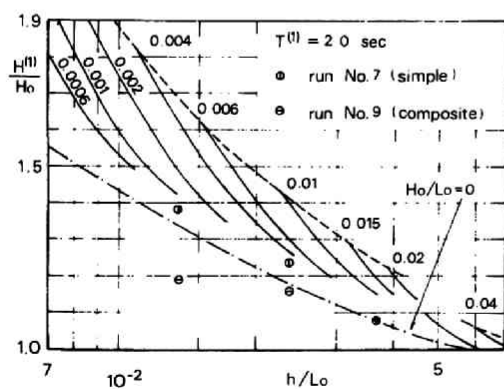
(2)



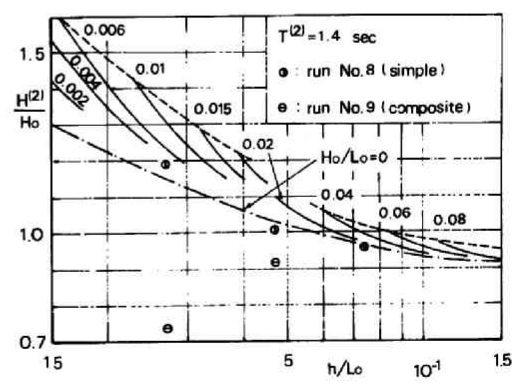
(3)



(4)

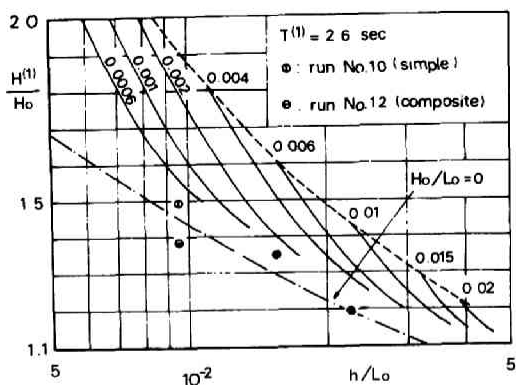


(5)

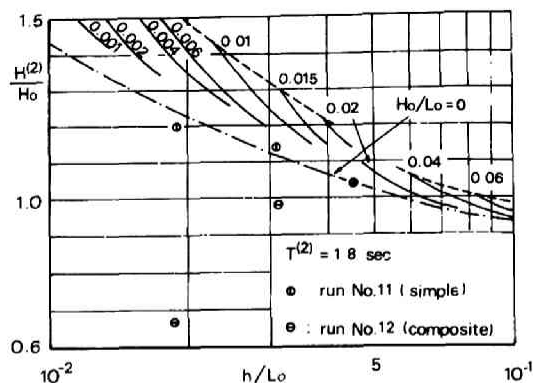


(6)

図-2.3.2 (1)~(6) 基本成分波高の変化



(7)



(8)

図-2.3.2 (7), (8) 基本成分波高の変化

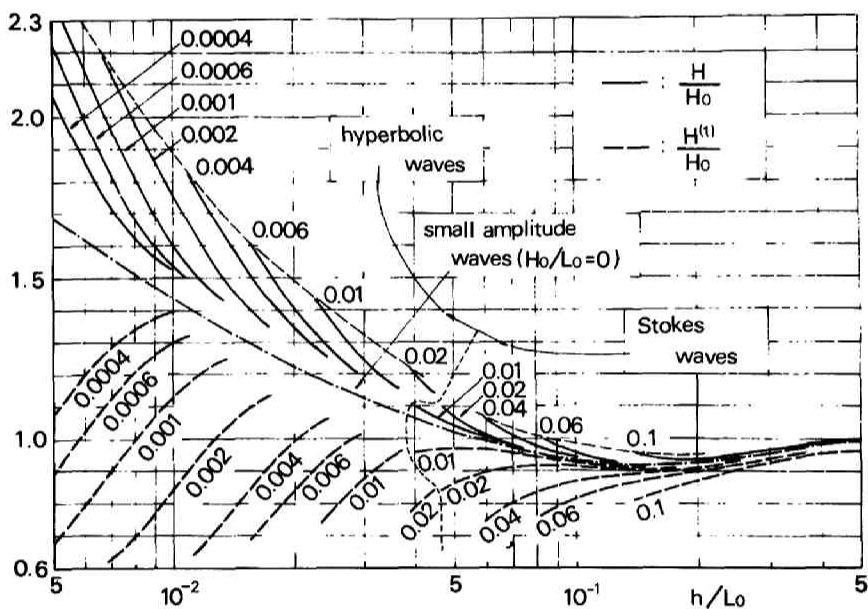
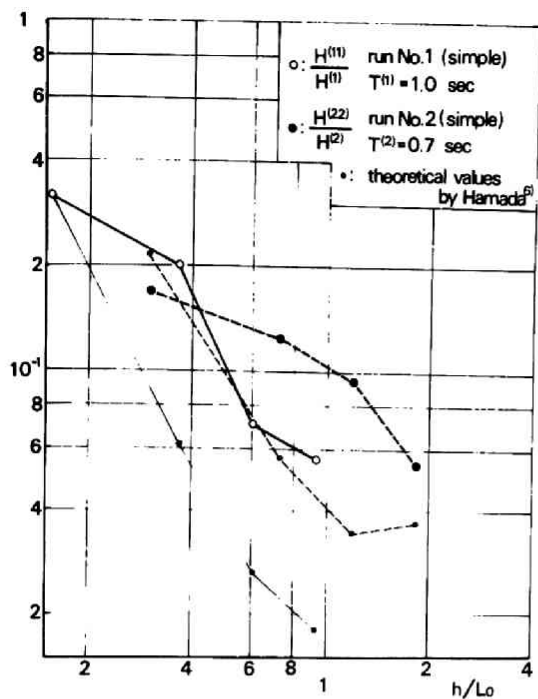
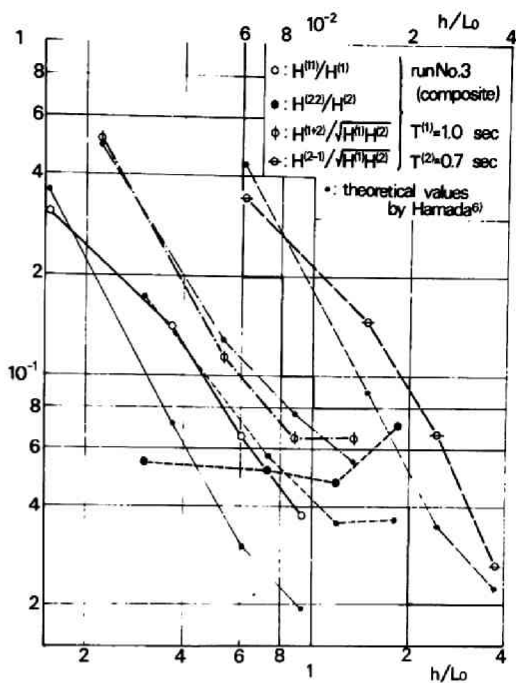


図-2.3.3 エネルギー・フラックス法による有限振幅波⁴⁾の基本成分波高の変化の理論曲線

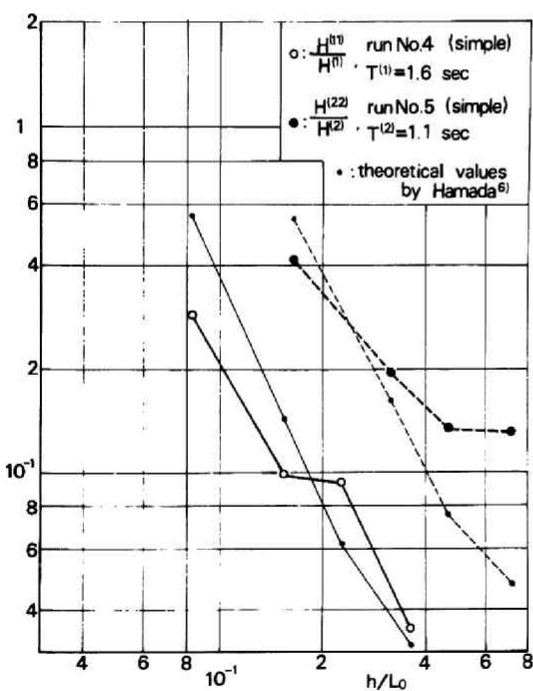
$H^{(1)}/H_0$ の 2 曲線が一致するのは当然として、有限振幅波理論の $H^{(1)}/H_0$ は、水深の減少とともに最初微小振幅波の理論曲線とほぼ一致しているが、さらに水深が減少すると微小振幅波の理論曲線からはなれ、減少をはじめる。図-2.3.2 の実験値の場合、一般に波高が小さく、波高変化の理論曲線から沖波波高 H_0 を逆算する場合の誤差が大きい。したがって正確な沖波波形勾配 H_0/L_0 を求めることができず、沖波波形勾配の影響について議論することはできないが、上述のように単一波の場合の実験値は、微小振幅



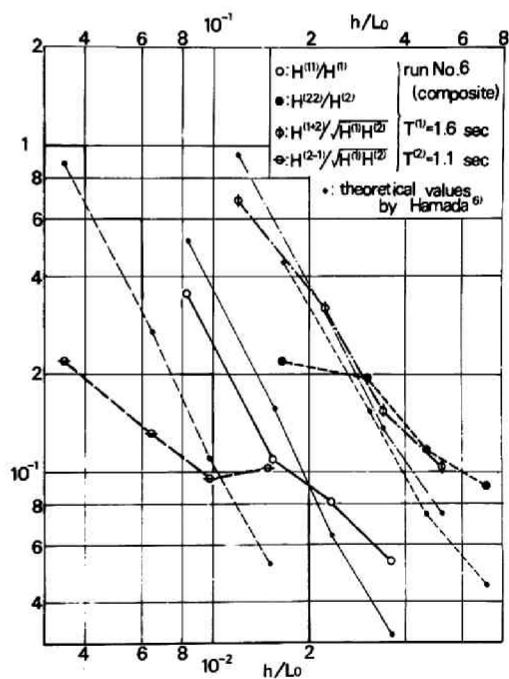
(1)



(2)

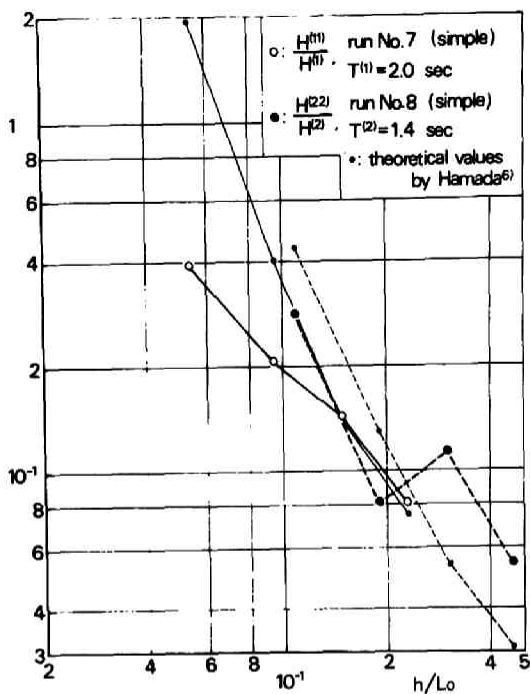


(3)

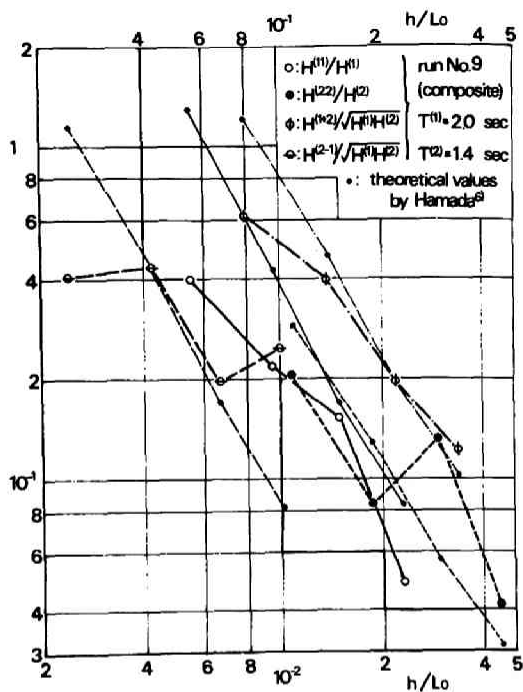


(4)

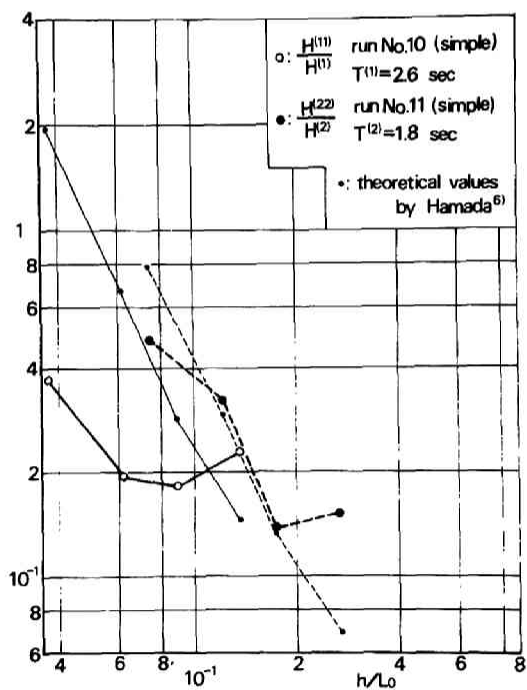
図-2.3.4 (1) ~ (4) 2次成分波高の変化



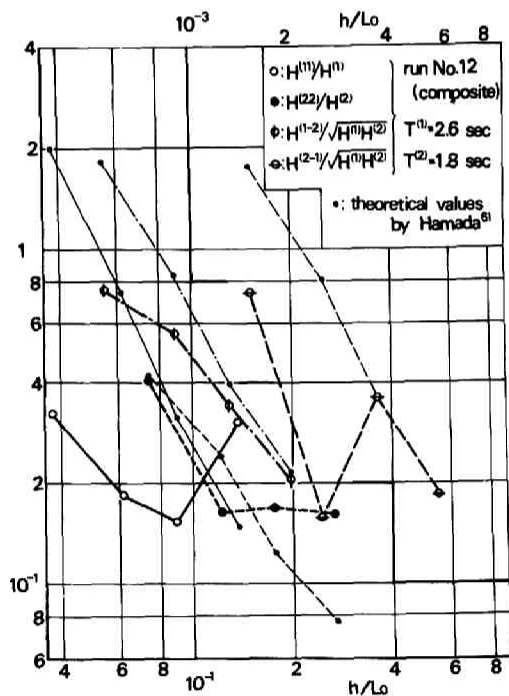
(5)



(6)



(7)



(8)

図-2.3.4(5)~(8) 2次成分波高の変化

波の理論曲線とほぼ一致し減少の傾向が見られないのに対し、合成波の場合には図-2.3.3の破線で示される有限振幅波の $H^{(1)}/H_0$ の理論曲線と同様の減少の傾向を見せているのは興味深い。

図-2.3.4は、4つの2次成分 $H^{(11)}$, $H^{(22)}$, $H^{(1+2)}$ および $H^{(2-1)}$ の変化を示したものである。横軸は、水深 h を、各成分周波数の逆数である成分周期に対する微小振幅波の沖波波長 L_0 でわったものである。一方、縦軸は、2つの倍成分波高 $H^{(11)}$ および $H^{(22)}$ をそれぞれの基本成分波高 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ でわったもの、また和と差の成分波高 $H^{(1+2)}$ および $H^{(2-1)}$ は、両方の基本成分の効果を含んでいることを考え $\sqrt{H^{(1)} \cdot H^{(2)}}$ で割ったものである。(1)が $T^{(1)} = 1.0 \text{ sec}$ および $T^{(2)} = 0.7 \text{ sec}$ の2つの単一波の場合、(2)がこれらの合成波の場合であり、他も同様である。図中、細い折線で結んだ小さい黒丸は、各測定点での水深 h と2つの基本成分波高 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ から求めた、一様水深での2次成分の理論値⁶⁾である。理論値は水深の減少とともに増大し、実験値の傾向と一致するが、値そのものは実験値とかなり相違していることがわかる。

第4節 結 言

本章では、実際の海岸の波浪のような不規則波のスペクトル分布の水深の減少にともなう変化を取りあげた。とくに、水深の減少にともなって波高が増大し非線型効果が増すと、各成分波間の非線型干渉によるスペクトル分布の変化が無視しえないことを考え、連続なスペクトルを有する不規則波の水深減少にともなう変化を論じる際の基礎的資料を提供する目的で、2つの周期の異なる単一波を重ね合わせた合成波の水深減少にともなう変化の実験を行なった。

その結果、水深が減少し波高が増大する砕波点近くになると、その非線型効果が増大し成分間の非線型干渉による2つの基本周波数の和と差の成分が無視しえないほどに成長することを示した。合成波の水深減少にともなう変化、さらには、連続なスペクトルを有する不規則波そのものの水深減少にともなう変化について、ここで得られた基礎的な実験事実をもとにして、さらに研究を進める必要がある。

参 考 文 献

- 1) Bretschneider, C. L. : Modification of wave spectra on the continental shelf and in the surf zone, Proc. of the 8th Conf. on Coastal Eng., pp. 17~33, 1963.
- 2) 岩垣雄一・石田 昭：波起機によっておこした不規則波の特性，第 16 回海岸工学講演会講演集，pp. 29~34, 1969-12.
- 3) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第 4 報），— hyperbolic waves について (1) —，京大防災研究所年報第 10 号 B，pp. 1~12, 1967-3.
- 4) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 5) Le Méhauté B. and L. M. Webb : Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order of approximation, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 23~40, 1964.
- 6) 浜田徳一：表面波の 2 次干渉，第 11 回海岸工学講演会講演集，pp. 12~18, 1964-11.

第4章 水深減少にともなう波形の変化

第1節 概 説

本章では、第2章の波高および波速の変化、および第3章の合成波のスペクトル分布の変化について、水深減少にともなう波形の変化を実験的に取扱う。

波形を特徴づけるものとして、静水面からの波の峯高と、波の峯の一波長間あるいは一周期の間での相対的位置がある。前者は空間あるいは時間波形の鉛直方向の特性を示すものであり、後者は水平方向の特性を示すものと考えられる。ここでは、図-2.4.1に示すように、上述の2つの特性を表現する量として、時間波形における静水面からの波の峯高 η_0 と波高 H の比 η_0/H 、および前面の谷から波の峯までの時間 t_c と波の周期 T の比 t_c/T をとりあげる。これら2つの量は、工学的立場からは、波高および波速について重要で、とくに η_0/H は海岸・海中構造物の天端高の決定において重要であり、また t_c/T は海岸・海中構造物に作用する波力の時間的変化および底質の平均的な移動方向を問題にするときに重要である。

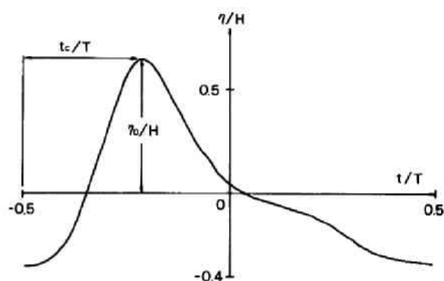


図-2.4.1 波形に関するパラメータ

まず、第2節では、波動理論の適用性に関する従来の研究を、とくに波の峯高の観点から簡単に述べたのち、エネルギー・フラックス法によって求めた波高変化の理論曲線と一様水深での峯高の理論式とから導かれる水深減少にともなう波の峯高の変化の理論結果を示し、さらに第1編第3章で論じた斜面上の有限振幅長波理論による波形の非対称性を表わす量 t_c/T の水深減少にともなう変化の理論結果をあらためて示す。第3節では、水深減少による波の峯高および波形の非対称性の変化の実験の装置および方法について述べる。第4節では、その実験結果を第2節で示した理論結果とともに検討し、峯高および波形の非対称性が水深減少とともにどのように変化するかを究明する。

第2節 理論結果

(1) 波の峯高の変化

第2章第1節で述べたように、一様水深の波動理論の適用性に関する従来の研究において、波の峯高は、波速および波形とともに、対象となるもっとも一般的な水量量の1つである。Laitone¹⁾のクノイド波理論の近似表現であるハイパボリック波²⁾の峯高 η_0 は、波の谷からの静水面の高さ(図-2.4.2参照)、

$$\frac{\delta}{H} = \frac{1}{K} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{H}{h} \right) \dots\dots\dots (2.4.1)$$

を用いて、次式のように与えられる。

$$\frac{\eta_0}{H} = \frac{H-\delta}{H} = 1 - \frac{1}{K} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{H}{h}\right) \dots\dots\dots (2.4.2)$$

第1種完全だ円積分 K は図-1.2.2 によって、 $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値を与えれば求められる。図-2.4.3 は、図-2.2.3 の波速の場合と同様に H/h の4種類の値に対して $T\sqrt{g/h}$ と η_0/H の関係を、Skjelbreia³⁾ の Stokes 波の第3次近似解、Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解およびその近似表現であるハイパボリック波理論²⁾ について示したものである。この図から、 $K=3$ の点ですでにクノイド波とハイパボリック波の理論値は離れ始めているが、両者の差は約3%程度であり、

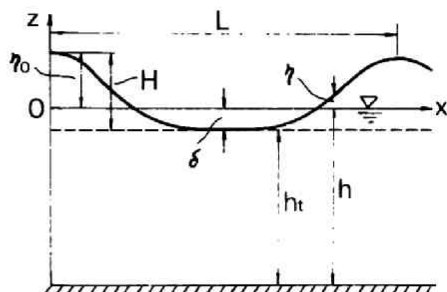


図-2.4.2 座 標 系

波速のときのように、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなると両理論は完全に一致するようになる。このように、波の峯高に関しても、第2章の波速と同様、Stokes 波理論が適用できない $T\sqrt{g/h}$ の大きい領域では、ハイパボリック波理論でクノイド波理論を十分近似しうることがわかる。

上述の一樣水深における波動理論の適用性が、水深が変化する海底上の波にも適用しうるとすれば、第1編第2章のエネルギー・フラックス法による波高変化の理論結果と、一樣水深のときの波の峯高の解を結びつけることによって、水深減少にともなう波の峯高の変化を理論的に求めることができる。ただし、微小振幅波理論では、静水面からの波の峯高はつねに半波高に等しく、 $\eta_0/H = 1/2$ である。

Stokes 波理論を用いたエネルギー フラックス法による峯高の変化は、つぎのようにして求められる。Skjelbreia³⁾ の Stokes 波の第3次近似解の波形 η は次式で与えられる。

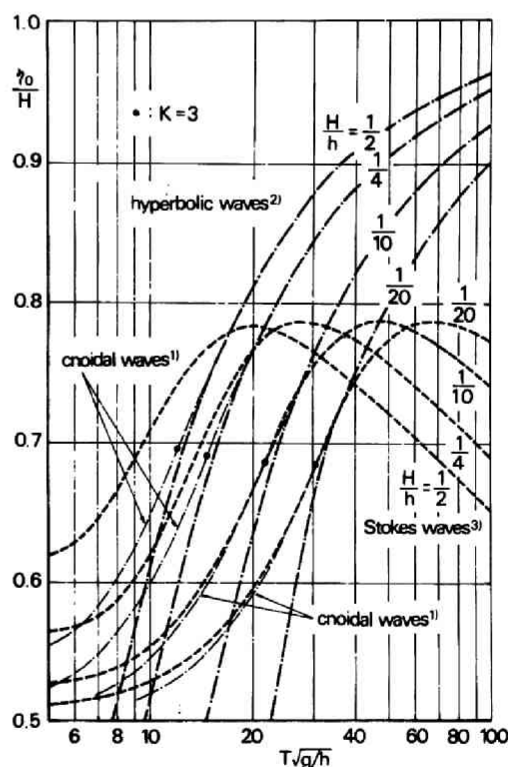


図-2.4.3 Stokes 波³⁾、クノイド波¹⁾ およびハイパボリック波理論²⁾ の波の峯高

$$\left. \begin{aligned} \frac{\eta}{L} &= A_1 \cdot \cos \theta + A_2 \cdot \cos 2\theta + A_3 \cdot \cos 3\theta, \\ \theta &= \frac{2\pi}{L} (x - c \cdot t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.4.3)$$

ここで、 L および c は波長および波速であり、 A_1 、 A_2 および A_3 は h/L と H/h の関数として Skjelbreia によって表に与えられている。(2.4.3)式において $\theta=0$ とおけば、静水面からの波の峯高 η_0 が下記のよう求められる。

$$\frac{\eta_0}{H} = \left(\frac{H}{L}\right)^{-1} \cdot (A_1 + A_2 + A_3) \dots\dots\dots (2.4.4)$$

波速の場合と同様に、Stokes 波理論を用いた波高変化式(1.2.22)式にもとづく Koh and M  haut  ⁴⁾の表、 A_1 、 A_2 および A_3 を h/L と H/h の関数として与えている Skjelbreia³⁾の表および(1.2.26)式を用いれば、最終的にエネルギー・フラックス法によって Stokes 波理論から求められる水深減少にともなう波の峯高の変化を、沖波波形勾配 H_0/L_0 をパラメータとし h/L_0 の関数 η_0/H として与えることができる。その結果を示したのが、図-2.4.4の右側の曲線群である。この図を見てわかるように、水深・波長比の比較的大きい領域でも、水深の減少にともなって波の峯高 η_0/H は増大する傾向を示し、しかも沖波波形勾配 H_0/L_0 の値が大きいほどその値は大きい。

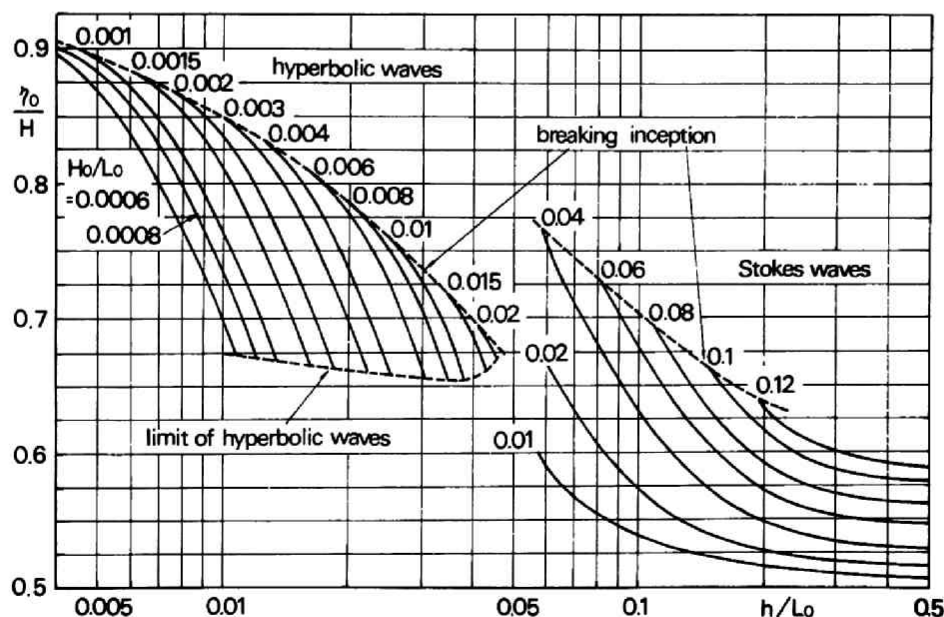


図-2.4.4 エネルギー・フラックス法による波の峯高の変化

ハイパボリック波理論²⁾を用いたエネルギー・フラックス法による波の峯高の変化も、同様に求めることができる。ハイパボリック波理論の峯高 η_0 は、すでに(2.4.2)式で与えている。(2.4.2)式中の第1種完全だ円積分 K は、 $T\sqrt{g/h}$ と H/h との間に図-1.2.2に示す関係があり、結局図-1.2.3に示すハイパボリック波理論による波高変化の理論結果を用いれば、その峯高 η_0/H の変化も、沖波波形勾配 H_0/L_0 をパラメータとして、 h/L_0 の関数として求めることができる。その結果を図示したのが図-2.4.4の左側の曲線群である。

この図を見てわかるように、ハイパボリック波理論が適用できる水深・波長比の小さい領域では、沖波波形勾配 H_0/L_0 が 0.02 より小さい波の峯高 η_0 は、すでに波高の65%以上になっており、水深の減少とともにさらに増大して砕波にいたっている。しかも沖波波形勾配が大きいほど峯高は大きく、この傾向は Stokes 波理論によるものと同じである。

以上の理論結果に対し、従来の実験結果がなく、理論の妥当性を確かめるためには、実験を行なう必要がある。

(2) 波形の非対称性の変化

水深減少にともなう波の非対称性の変化については、理論的には、すでに第1編第3章で求められており、図-1.3.8(1)および(2)に、水深減少にともなう t_c/T の変化として示されている。また、その図から、水深が減少するとともに波形が前かがみな非対称性な形になっていくこと、しかもその傾向は、同じ h/L_0 の値に対し、沖波波形勾配 H_0/L_0 が大きいほどまた底勾配 i が小さなほど顕著であることを述べた。

波の峯高と同様、これに対しても、理論結果を確かめるために実験を行なう必要がある。

第3節 実験装置および方法

(1) 実験装置

波の峯高および非対称性の変化の実験は、第2章第3節の波高の変化の実験と同時に進められた。したがって、実験装置は全く同じである。

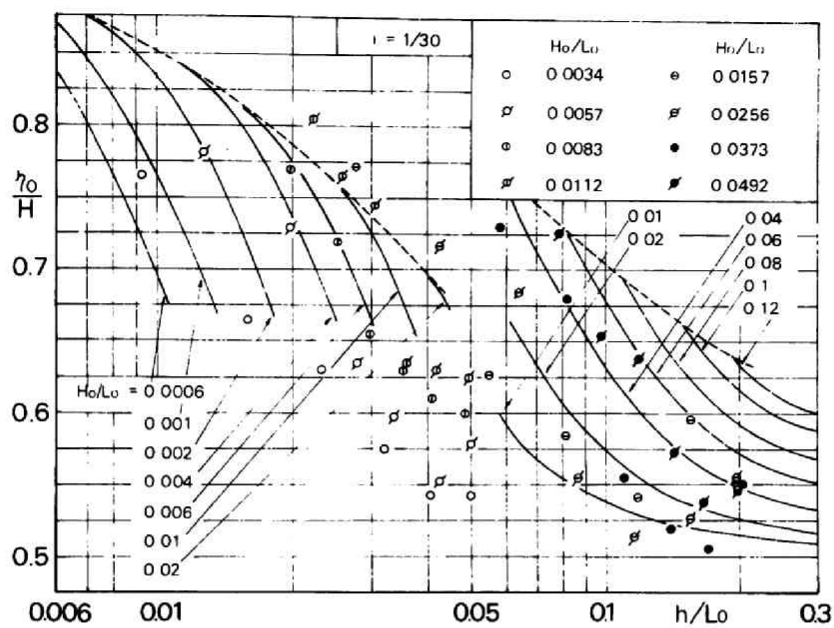
(2) 実験方法

静水面からの波の峯高 η_0 は、あらかじめ記録紙上に静水面の位置を記録させてそれを基準として求め、これをその点で求められた波高 H で割って、波の峯高の無次元表示 η_0/H を求めた。一方、前面の谷から峯までの時間 t_c と波の周期 T との比 t_c/T は、記録紙上の波形からそのまま読みとった。その他の実験方法は波高の実験方法と同じであり、実験条件は、表-2.2.2のとおりである。

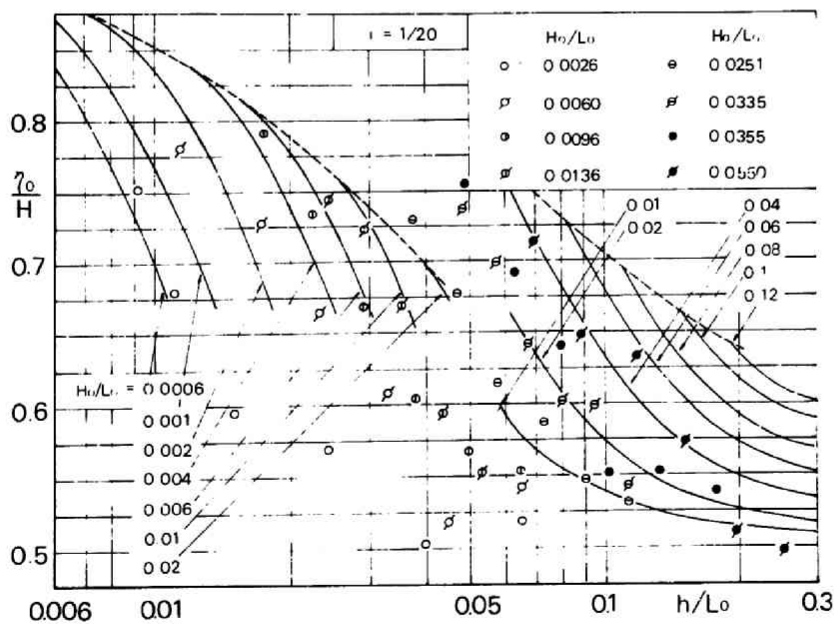
第4節 実験結果および考察

(1) 実験結果

図-2.4.5(1)～(3)は、波の峯高 η_0/H の実験結果であり、図-2.4.6(1)～(3)は、波形の非対称性のパラメータ t_c/T の実験結果である。いずれも横軸に水深・沖波波長比 h/L_0 をとり、図の(1)、(2)お



(1)



(2)

図-2.4.5 (1), (2) 波の峯高の変化の実験結果

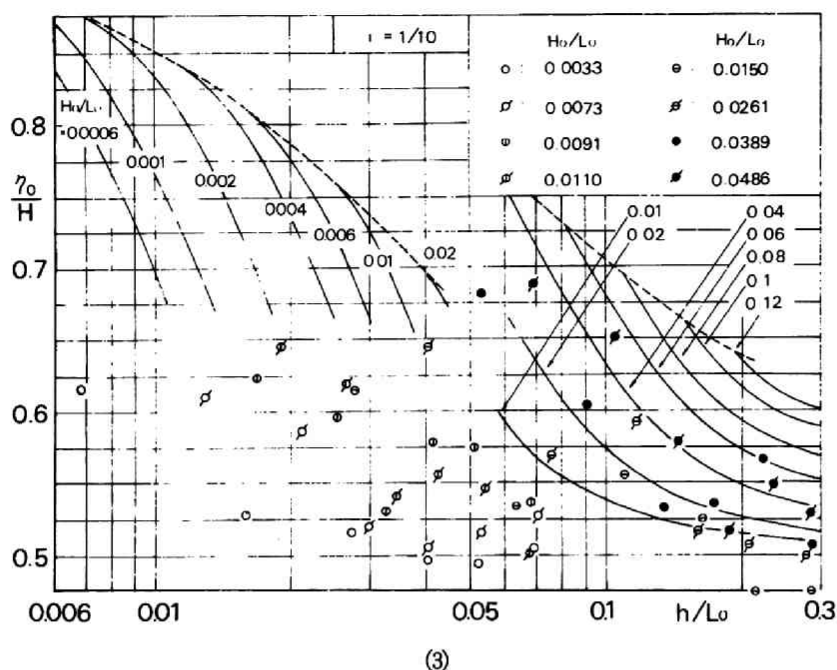


図-2.4.5(3) 波の峯高の変化の実験結果

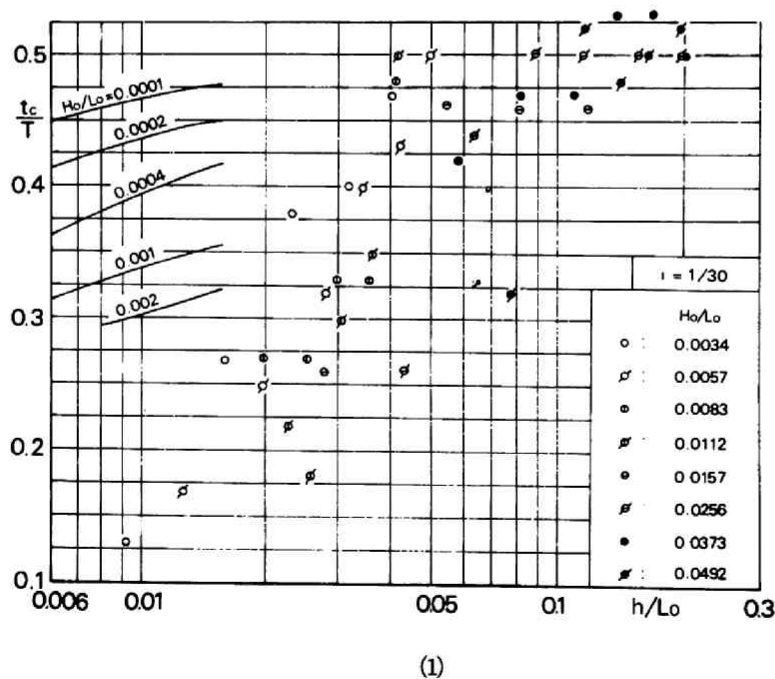
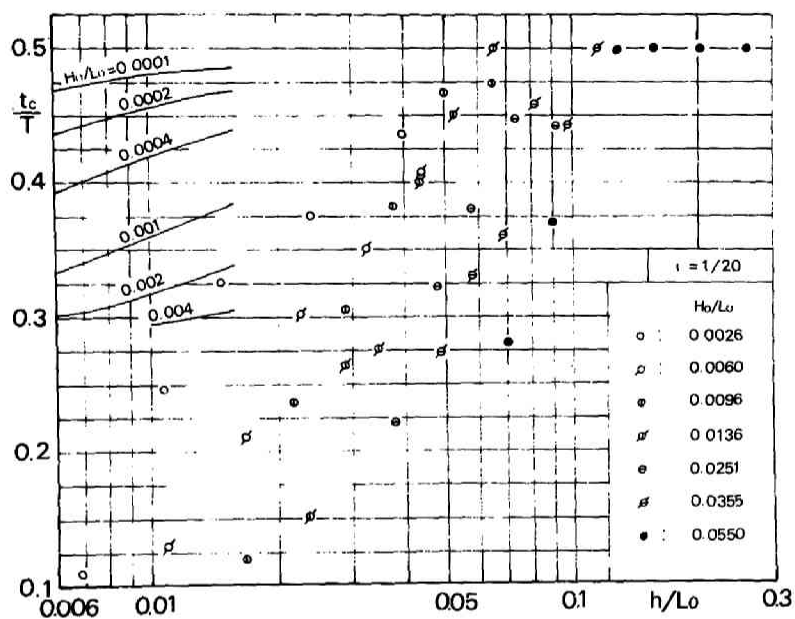
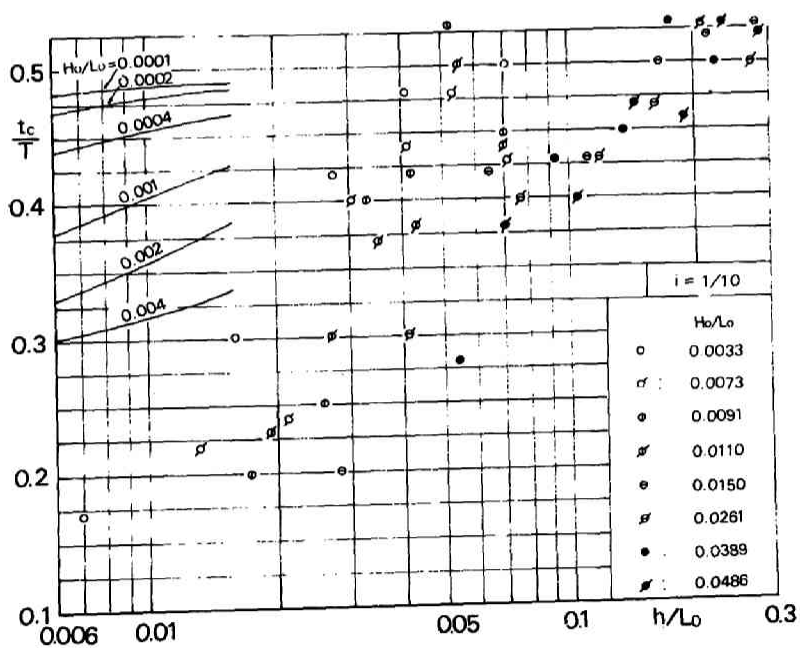


図-2.4.6(1) 波形の非対称性の変化の実験結果



(2)



(3)

図-2.4.6 (2), (3) 波形の非対称性の変化の実験結果

よび(3)がそれぞれ底勾配 $i = 1/30$, $1/20$ および $1/10$ の場合である。

図-2.4.5には、第2節で述べたエネルギー・フラックス法による水深減少にともなう波の峯高の変化の理論曲線(図-2.4.4)を、一方図-2.4.6に第1編第3章の斜面上の有限振幅長波理論による水深減少にともなう波形の非対称性の変化の理論曲線(図-1.3.8(1)は $i = 1/20$ の場合)を同時に比較のために示している。図-2.4.6の理論曲線は、図-2.2.8の場合と同様、図の(1),(2)および(3)では同じ沖波波形勾配 H_0/L_0 の曲線でも、底勾配 i が異なるため、その値は異なっている。

(2) 考 察

a) 波の峯高の変化

まず、図-2.4.5を見てわかるように、水深の減少にともなう波の峯高 η_0 は増大し、しかもその値は沖波波形勾配 H_0/L_0 が大きいほど同じ h/L_0 に対して大きい。しかしながら、実験値そのものは、(1)の底勾配 $i = 1/30$ の場合は、沖波波形勾配 H_0/L_0 が 0.0112 より大きいときには、ばらつきはあるがほぼ理論曲線と一致するのに対し、 H_0/L_0 が 0.0083 以下の3つのケースでは、理論値より小さく、しかも H_0/L_0 の値が小さくなるほどその差は大きくなっている。また(2)の $i = 1/20$ の場合には、 $H_0/L_0 = 0.0550$ と 0.0355 の場合には、理論曲線とほぼ一致するのに対し、それ以下の H_0/L_0 のケースでは、やはり理論曲線より小さく、しかも H_0/L_0 の値が小さくなるほどその差は大きくなっている。(3)の $i = 1/10$ の場合には、 H_0/L_0 の値がもっとも大きい 0.0486 以外のものは、すべて理論曲線より小さく、やはり H_0/L_0 の値が小さくなるほどその差は大きくなっている。また、実験値と理論曲線との差は底勾配 i が大きくなるほど大きく、実験値は(3)の $i = 1/10$ の場合がもっとも小さい。

上述の傾向は、第2章の図-2.2.7で示した底勾配が急なほど波高の実験値が、エネルギー・フラックス法による理論値より小さくなるという波高変化におよぼす底勾配の影響と同じである。

ここで行なった実験における底勾配の値が $1/30$, $1/20$ および $1/10$ にかぎられ、これ以外の底勾配とくに $1/30$ より緩やかな場合の実験結果がないため、ここでは、つぎのことを述べるにとどめる。すなわち、波の峯高は水深の減少にともなう増加し、しかも沖波波形勾配が大きいほど大きくなり、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波²⁾の理論曲線および Stokes 波³⁾の理論曲線の傾向と一致する。しかしながら、実験値そのものが理論曲線と一致する沖波波形勾配 H_0/L_0 は、 $i = 1/30$ の場合はほぼ 0.011 以上、 $i = 1/20$ の場合はほぼ 0.035 以上、 $i = 1/10$ の場合はほぼ 0.048 以上のものに限られ、それ以下の沖波波形勾配の場合は、沖波波形勾配が小さくなるほど理論値より小さくなり、その差も大きくなる。また、底勾配が大きくなるほど実験値と理論値との差は大きい。

b) 波形の非対称性 t_c/T の変化

つぎに、図2.4.6を見てわかるように、水深減少にともなう波形の非対称性 t_c/T の変化の実験値は、 h/L_0 の減少にともなう減少する点に関しては、斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線と同じ傾向を示してはいるが、値そのものにはかなり相違がある。もちろん、実験値と理論曲線とでは、共通する h/L_0 および H_0/L_0 の値の範囲が限られており、直接比較しうるのは一部であるが、理論曲線の傾向を外挿した場合、明らかに、実験値は理論曲線とくらべて、より大きい h/L_0 の領域ですでに減少をはじめ

ており、その割合も大きいことがわかる。

実験値の傾向として、どの底勾配の場合も、沖波波形勾配が大きいほど t_c/T の値は小さいようであるが、実験値のばらつきが大きいので、これ以上議論することはできない。また、底勾配による傾向の差異も、この実験値の範囲では明確でない。

第5節 結 言

本章では、水深の減少にともなう波の変形のうち、波形の変化をとりあげ、とくに波の峯高および時間波形における波の峯の相対的位置を表現するパラメータ t_c/T の変化について、実験的に論じた。

まず、第2節では、従来の波動理論の適用性に関する研究を、とくに波の峯高に対して略述したのち、第1編第2章で求めたエネルギー・フラックス法による波高変化の理論曲線から波の峯高の変化の理論曲線を求め、さらに第1編第3章で求めた斜面上の有限振幅長波理論による t_c/T の変化の理論結果について述べ、実験によりこれらの理論結果の妥当性を確かめる必要があることを述べた。

つぎに、第3節で、一様斜面上での波の峯高および t_c/T の変化を測定する実験装置および方法について述べたあと、第4節でその実験結果を第2節で示した理論結果と比較し、つぎのような結論が得られた。

波の峯高は水深の減少にともなって増加し、しかも沖波波形勾配が大きいほど大きくなり、エネルギー・フラックス法による理論曲線の傾向と一致する。しかしながら、実験値そのものが理論曲線と一致する沖波波形勾配 H_0/L_0 は、 $i=1/30$ の場合はほぼ 0.011 以上、 $i=1/20$ の場合はほぼ 0.035 以上、 $i=1/10$ の場合はほぼ 0.048 以上のものに限られ、それ以下の沖波波形勾配の場合は、沖波波形勾配が小さくなるほど理論値より小さくなり、その差も大きくなる。また、底勾配が大きくなるほど実験値と理論値の差は大きい。

波形の非対称性をあらわす t_c/T は、水深減少にともなって減少し、しかも沖波波形勾配が大きいほど小さくなり、定性的には斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線と同じ傾向にあるが、実験値は、理論曲線とくらべて、 h/L_0 の大きい領域ですでに減少をはじめ、減少の割合も理論曲線にくらべて大きい。

参 考 文 献

- 1) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 2) 岩垣雄一: クノイド波に関する研究(第4報), — hyperbolic waves について(1) —, 京大防災研究所年報第10号 B, pp. 283~294, 1967-3.
- 3) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 4) Koh, R. C. Y. and B. Le Méhauté: Wave shoaling, Natinal Engineering Science Co., Jan., 1966.

第 3 編

波の変形にともなう水粒子速度 の変化に関する研究

第1章 序 論

第1編の理論的研究および第2編の実験的研究を通して、水深の減少にともなう波の変形、とくに波高、波速、峯高および波形の非対称性について、かなり多くの問題点が解明された。

しかしながら、海岸工学上の諸問題、たとえば各種の海中構造物に働く波力を含めた波の作用、あるいは波による海岸の底質の浮遊・拡散などに対して直接関係するものは、上述の波の諸特性すなわち自由表面での波の形状ではなく、波の進行の結果生じる内部の運動機構とくに水粒子速度である。一方、水深減少にともなう波の変形の最終段階である砕波現象に関して、その条件として従来いくつかのものが提案されているが、水粒子速度が砕波現象に関して重要な要因であることは確かである。

従来、波による水粒子速度に関しては、理論的にも実験的にも研究例は少ない。理論的研究としては、一様水深での波による水粒子速度に関して、一様水深における多くの波理論において求められている。また、水深の減少にともなう変形する波の水粒子速度に関しては、第1編で述べた斜面上での波の変形に関する従来の理論的研究の解の誘導過程において、速度ポテンシャルとしてあるいは水粒子速度の表現で得られているものもあるが、波高、波速などと同様、水粒子速度場の変化に関して明確な表現を与えてはいない。

一方、実験的研究も、水粒子速度の計測の困難から、あまり多くの研究はなされていない。一様水深における水粒子速度を測定したものとしては、Morison and Crooke¹⁾、Elliott²⁾、合田³⁾、Méhauté, Divoky and Lin⁴⁾ および Kolpak and Eagleson⁵⁾ のものがある。これらのうち、Morison らと Méhauté らのものは、波高の大きい砕波近傍の波の水粒子速度をも測定しており、Inman and Nasu⁶⁾ および Miller and Zeigler⁷⁾ はとくに現地の砕波近傍の波を対象としている。中でも Méhauté らのものでは、かなり波高の大きい場合の水平方向水粒子速度の峯の位相での鉛直分布の実験結果を、各種の一様水深の波理論と比較し、いずれの波理論も実験結果と一致せず、とくに Laitone⁸⁾ のクノイド波の第2近似解による理論値の鉛直分布の勾配は、実験値の分布の勾配よりはるかに急で、水面付近では理論値は実験値よりかなり大きいことを示した。

斜面上で変形する波の水粒子速度に関しては、従来一般的に取扱ったものはないが、とくに砕波点付近の水粒子速度に関しては、Iversen⁹⁾、Ippen and Kulin¹⁰⁾ および Adeyemo¹¹⁾ のものがある。しかしながら、砕波近傍の水粒子速度の挙動を解明するにはあまりに測定例が少なく、砕波条件を検討することもできない。

本編では、波の変形にともなう水粒子速度の変化を明らかにし、さらに波の変形の最終段階である砕波の条件を水粒子速度の観点から検討する。すなわち、まず第2章で、一様水深での波による水粒子速度を測定し、水粒子速度の観点から一様水深における波動理論の適用性を論じる。つぎに、第3章では、水深減少による波の変形にともなう水粒子速度の変化を測定し、その測定結果を波高および波形の変化と比較し、水粒子速度が波の変形とともにどのように変化するかを解明する。最後に、第4章では、とくに砕波

近傍の水粒子速度に注目し，碎波近傍の波の表面の水粒子速度の測定を行ない，その結果を検討するとともに，従来の碎波条件を確かめ，さらに碎波近傍での一様水深の波理論の適用性を検討する。

参 考 文 献

- 1) Morison, J. R. and R. C. Crooke : The mechanics of deep water, shallow water, and breaking waves, B. E. B. , Tech. Memo. No. 40, Mar., 1953.
- 2) Elliott, J. G. : Interim Report, Hydrodynamics Lab., California Inst. of Tech., Contract NOy-12561, U. S. Navy, Bureau Yards and Docks, Jul., 1953.
- 3) Goda, Y. : Wave forces on a vertical circular cylinder : Experiments and a proposed method of wave force computation, Port and Harbour Tech. Res. Inst. Report No.8, Ministry of Transportation, Japan, Aug., 1964.
- 4) Le Méhauté, B., D. Divoky and A. Lin : Shallow water waves : A comparison of theories and experiments, Proc. of the 11th Conf. on Coastal Eng., pp. 86 ~107. 1968.
- 5) Kolpak, M. M. and P.S. Eagleson : A system for measuring orbital velocity in waves, Proc. of the 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 327 ~344, 1970.
- 6) Inman, D. L. and N. Nasu : Orbital velocity associated with wave action near the breaker zone, B. E. B. Tech. Memo. No. 79, Mar., 1956.
- 7) Miller, R. L. and J. M. Zeigler : The internal velocity field in breaking waves, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 103 ~122, 1964.
- 8) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430 ~444, 1961.
- 9) Iversen, H. W. : Waves and breakers in shoaling water, Proc. of the 3rd Conf. on Coastal Eng., pp. 1 ~12, 1952.
- 10) Ippen, A. T. and G. Kulin : The shoaling and breaking of the solitary wave, Proc. of the 5th Conf. on Coastal Eng., pp. 27 ~47, 1954.
- 11) Adeyemo, M. D. : Velocity fields in the breaker zone, Proc. of the 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 435 ~460, 1970.

第2章 一様水深における水粒子速度

第1節 概 説

本章では、波の変形にともなう水粒子速度の変化を研究する第1段階として、一様水深における水粒子速度場について論じる。

第1章で述べたように、波による水粒子速度場は、砕波現象、海中構造物に働く波力および波による底質の浮遊・拡散などに関する重要な要因の1つである。しかしながら、これまでは計測の困難さから、実験の結果が非常に少ない^{1), 2), 3), 4), 5), 6), 7)}。とくに Méhauté⁴⁾ は、中立粒子をトレーサとして、一様水深での波による水平方向水粒子速度の鉛直分布を測定し、各種の理論と比較して、実験結果がどの理論とも一致しないと結論した。ここでは、この結論を検討するとともに、従来波速、波の峯高および波形などから検討されてきた一様水深での波理論の適用性を水粒子速度場から検討する。

第2節では、波による水平方向水粒子速度を測定する方法の1つとして、一様流の乱れの測定のために開発された熱膜流速計を利用する方法を説明し、この方法を用いて一様水深の実験水槽における波による水平方向水粒子速度の時間変化の測定をする。さらに、その測定結果を各種波理論と比較して、水平方向水粒子速度の時間変化からその適用性を論じる。

第3節では、波による水平方向水粒子速度を測定するもう1つの方法として、水素気泡をトレーサとする方法を説明し、これを用いて一様水深の実験水槽における波による水平方向水粒子速度の鉛直分布を測定する。さらに、その測定結果を各種波理論と比較して、水平方向水粒子速度の鉛直分布からその適用性を論じる。

第2節 水平方向水粒子速度の時間変化

(1) 実験装置

実験は、第2編第2章第3節で述べた波高および波速の変化の実験で用いた2つの水槽のうち、京都大学工学部土木工学教室地下実験室の波浪実験水槽を用いて行なった。この水槽は、一部鋼製、一部ガラス張りの水槽である。実験で用いた造波機は、電気油圧式不規則波発生機の中の規則波発生装置を用い、造波板の運動型式はピストン型を用いた。

用いた熱膜流速計は、DISA製の55D05であり、そのプローブは55D85である。この流速計は、ブリッジの抵抗の1つであるプローブから、流れによって輸送される熱量を、電気的に増幅するものである。プローブは、図-3.2.1に示すように、電気的に熱せられた抵抗としてのうすい金属膜とそのサポートからなっている。この流速計は、いわゆる定温式であって、プローブの抵抗(したがってプローブの温度)を一定(operating resistance)に保つのに必要な電力を測定するようになっている。

流れの方向が図-3.2.1に示す方向の場合は、プローブはその流速を感知できるが、流れの方向が反対の場合は感知できない。したがって、図-3.2.2(1)に示すように、プローブが波に対向している場合は、水

位が静水位より高い間の流速計の記録（実線部分）は信用できるが、水位が静水位より低く流れの向きが反対の間の流速計の記録は信用できない。しかも、ブロープは流れの向きの逆転を感知できない。他方、図-3.2.2(2)に示すように、ブロープが波の進行方向と反対の方向に向いている場合は、水位が静水位より低い間の記録（実線）は信用できるが、のこりの部分は信用できない。

実験においては、2つのブロープと1つの波高計を水槽横断方向にならべて設置した。とくに、2つのブロープは、同じ高さでたがいに向い合うように設置した（図-3.2.3参照）。さらにもう1台の波高計を、ブロープから約2mはなして設置した。2つの熱膜流速計および2つの波高計の記録はすべて電磁オシログラフによった。

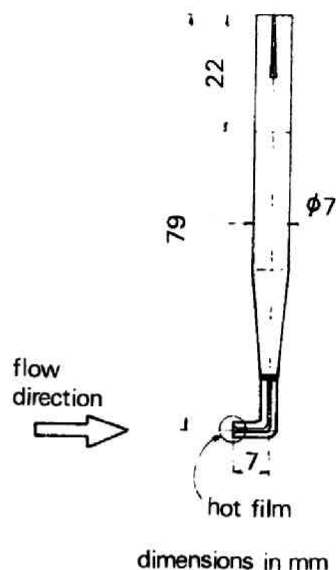


図-3.2.1

熱膜流速計のブロープ

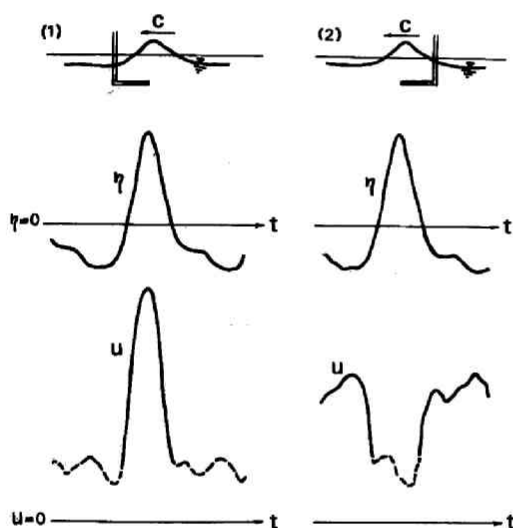


図-3.2.2 (1), (2)

熱膜流速計のブロープの方向と記録の関係

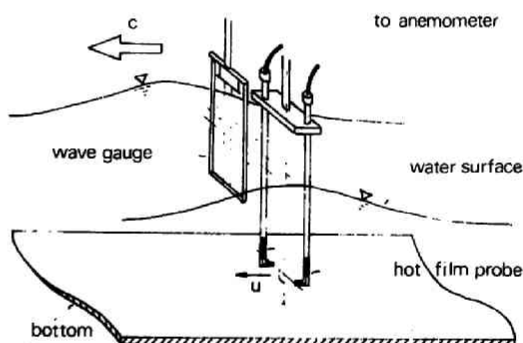


図-3.2.3

熱膜流速計による水粒子速度測定装置

(2) 実験方法

実験方法としては、まず2つの熱膜流速計の operating resistance を cold resistance の1.0～1.15倍にセットしたのち、台車とともに2つのブロープを移動させてその較正曲線を決定した。2つの相対する流速計の記録は、2つの較正曲線を用いて読みとった。つぎに図-3.2.2(1)と(2)で示した、波に対向したブロープと反対向きのブロープのそれぞれの記録の実線部分を、図-3.2.4に示すように、波の位相を合わせて同一図上の上下に描いた。上述したように、一般に2つの記録は0にはならず、実際の流速が0になっている付近では重なり合っている。1周期の間の水平方向水粒子速度 u の時間変化を得るた

めに、図-3.2.4に示すように、 $u=0$ の位相は、図の上側の記録の絶対値と下側のそれが等しくなる位置にあると仮定して、記録を修正した。

実験における水深 h は一定とし、波の周期 T および波高 H を変えた。実験条件は表-3.2.1に示すようである。ここで、 z は図-3.2.5のように静水面から鉛直上向きにとった座標で、 z_p はプローブの位置の z 座標である。したがって、 $z_p + h$ ($z_p < 0$) は水槽底面からのプローブの高さである。表-3.2.1に示すように、 $(z_p + h)/h$ の値はつねに0.05とした。

(3) 実験結果および考察

図-3.2.6の太い実線は、表-3.2.1の条件で、熱膜流速計によって測定した $(z_p + h)/h = 0.05$ での、1周期の間の、水平方向水粒子速度 u の時間変化と、同時に測定された時間波形 η を示す。なお、

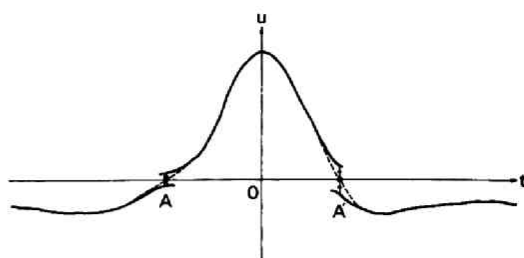


図-3.2.4 熱膜流速計の記録の修正

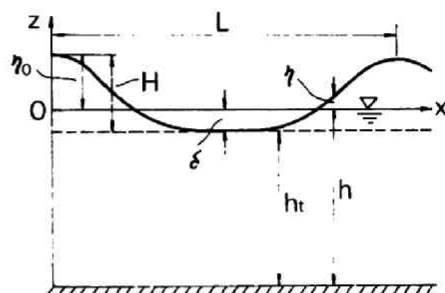


図-3.2.5 座標系

表-3.2.1 水平方向水粒子速度の時間変化の実験条件

h (cm)	T (sec)	H (cm)	$z_p + h$ (cm)	$T\sqrt{g/h}$	H/h	$(z_p + h)/h$
16.0	1.0	6.7	0.8	8.1	0.42	0.05
16.0	1.3	6.9	0.8	10.2	0.43	0.05
16.0	1.6	6.0	0.8	12.4	0.38	0.05
16.0	1.8	7.2	0.8	14.3	0.45	0.05
16.0	2.1	7.1	0.8	16.3	0.44	0.05
16.0	2.4	4.9	0.8	18.7	0.31	0.05
16.0	2.6	5.1	0.8	20.6	0.32	0.05
16.0	2.8	4.1	0.8	22.2	0.26	0.05
16.0	3.1	4.1	0.8	24.0	0.26	0.05
16.0	3.4	3.1	0.8	26.6	0.23	0.05

水平方向水粒子速度 u の図の縦軸は、 u を \sqrt{gh} でわって無次元化した u/\sqrt{gh} をとっており、 η は図-3.2.5に示すように静水位からの水位である。また、パラメータとして $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値も図中に示している。他の3つの細い曲線は、微小振幅波理論、Skjelbraia⁸⁾ の Stokes 波の第3次近似解およびクノイド波の近似表現であるハイパボリック波理論⁹⁾ による理論曲線である。

熱膜流速計によって測定された速度の誤差は、主に較正曲線の決定の段階で生じ、ほぼ3%程度である。

プローブの位置は、水面近くではなく、底面から水深の5%の高さに設置したが、これはプローブが空気に触れて破損するのを防ぐためである。図-3.2.6の水粒子速度変化の3つの理論曲線の傾向として、

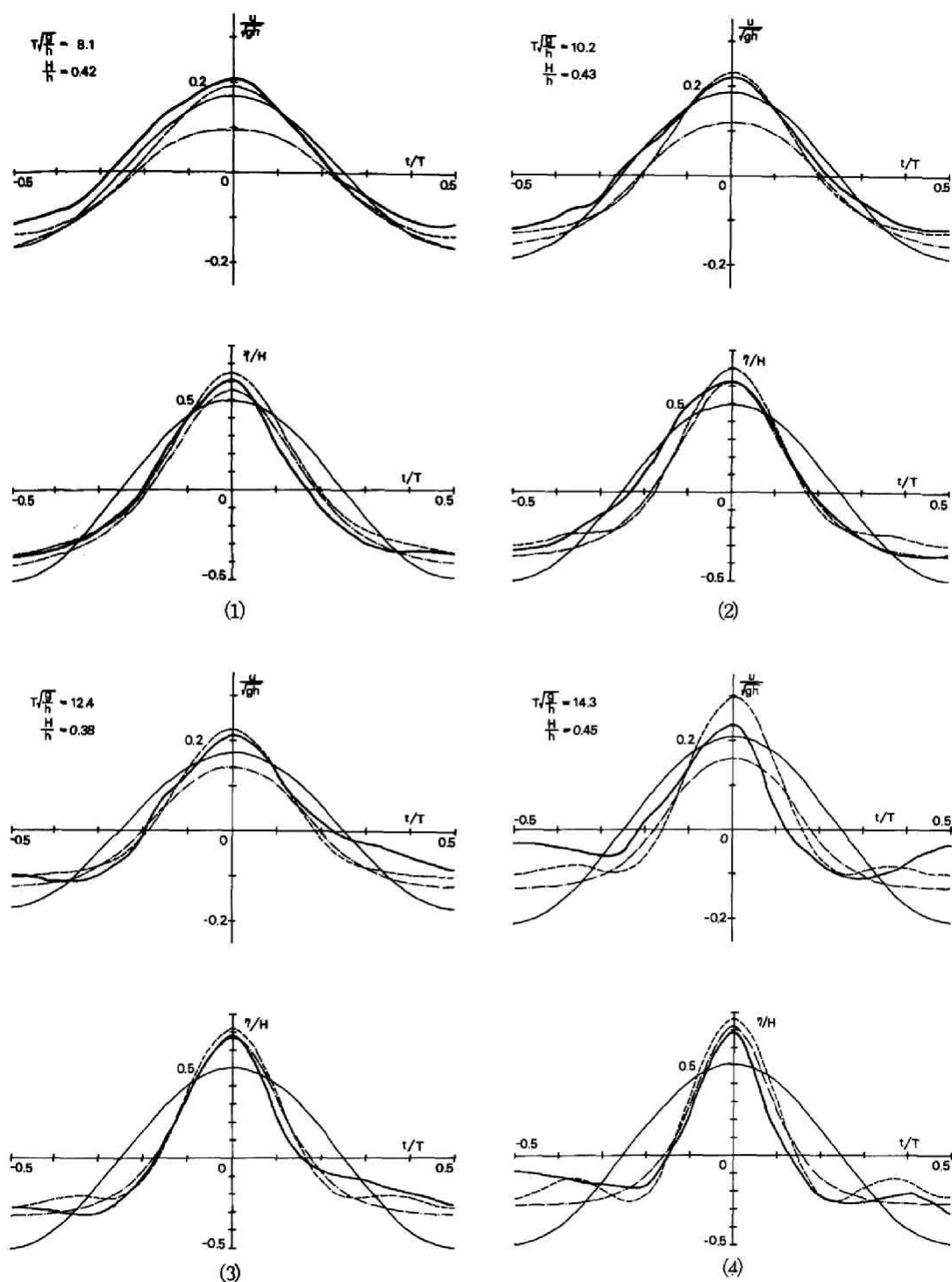
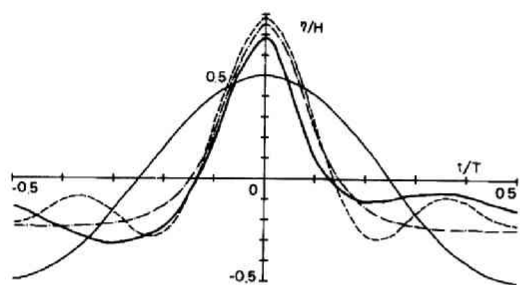
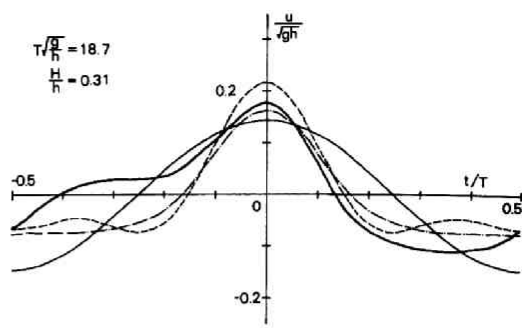
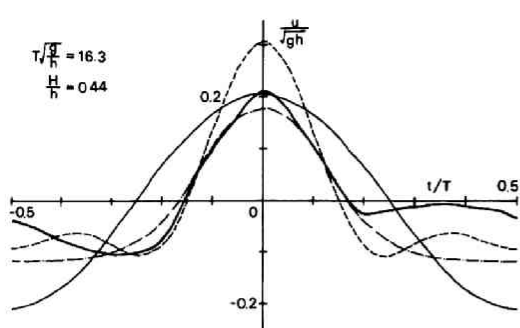
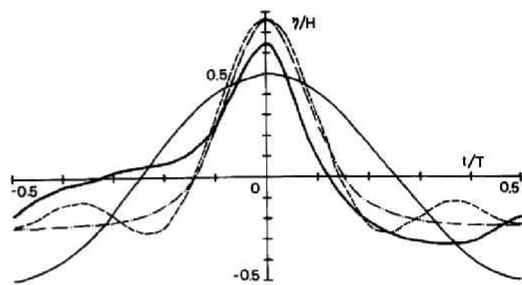


図- 3.2.6 (1)~(4) 水平方向水粒子速度と水位の時間変化

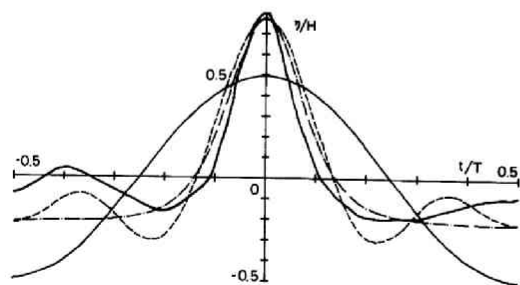
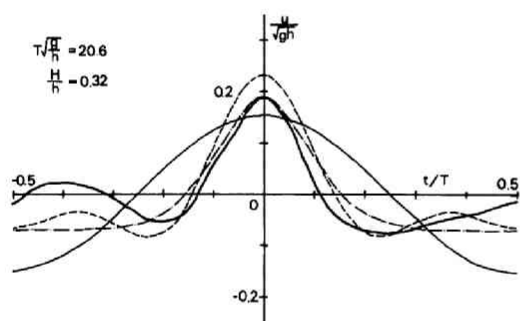
(— : 実験, ——— : 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, - · - · : ハイパボリック波⁹⁾)



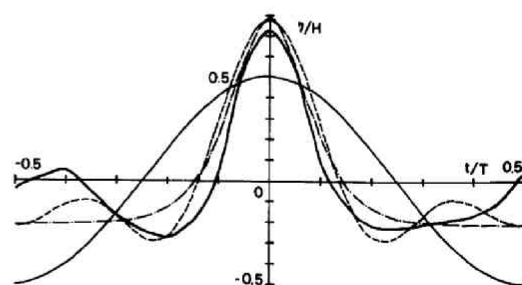
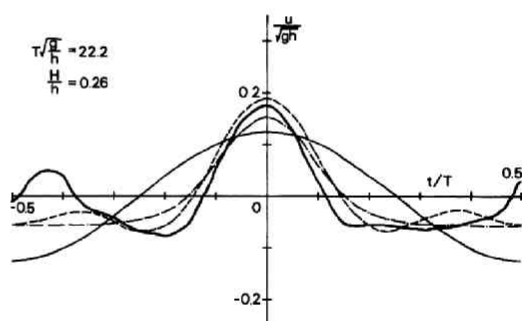
(5)



(6)



(7)



(8)

図-3.2.6 (5)~(8) 水平方向水粒子速度と水位の時間変化

(——— : 実験, ——— : 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, - · - · : ハイパボリック波⁹⁾)

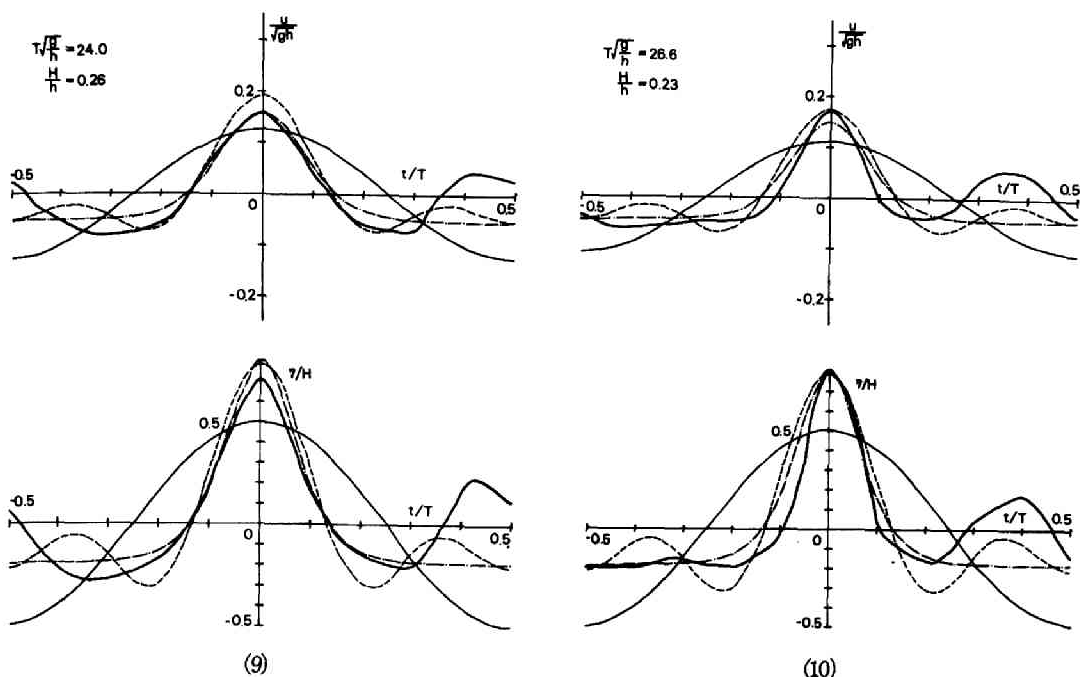


図-3.2.6 (9), (10) 水平方向水粒子速度と水位の時間変化

(——— : 実験, ——— : 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, - · - · : ハイパボリック波⁹⁾)

つぎのことが言える。Stokes 波とハイパボリック波の理論曲線は、微小振幅波の理論曲線とくらべて波の峯の位相付近ではより鋭く、谷の位相付近ではより平坦で、この傾向は波形の場合と同様である。しかし、 $T\sqrt{g/h} = 8.1$ および 10.2 の場合には、谷の位相でのハイパボリック波理論の速度は、峯における値より大きい。この傾向は、クノイド波理論の傾向であって、 $T\sqrt{g/h} < 12.0$ で H/h の値が大きい場合に底面付近でのみ生じる。波の峯の位相では、 $T\sqrt{g/h} \leq 16.3$ の場合は、Stokes 波の u/\sqrt{gh} の理論値が3つの理論値のうちでもっとも大きく、ハイパボリック波のそれがもっとも小さいのに対し、 $T\sqrt{g/h} \geq 18.7$ では、ハイパボリック波の理論値は、微小振幅波と Stokes 波の値の中間に存在する。

1 周期にわたる水平方向水粒子速度の時間変化の実験結果から、一般に、波の峯の位相では微小振幅波理論による曲線より鋭く谷では平坦で、上述した2つの有限振幅波理論の曲線の傾向と同じである。図からわかるように、波の谷付近で2次波峯が生じてはいるが、波の峯の位相付近での実験曲線は、 $T\sqrt{g/h} \leq 12.4$ では Stokes 波の理論値に近く、 $T\sqrt{g/h} \geq 16.3$ ではハイパボリック波の理論値に近い。以上のことから、この実験結果の範囲では、ほぼ $T\sqrt{g/h} \geq 1.4$ では Stokes 波理論よりもハイパボリック波理論を用いるべきであるといえる。

図-3.2.6 に同時に示された実験波形は、微小振幅波の理論波形より2つの有限振幅波の理論波形に一致している。ただし、実験波形と2つの有限振幅波の理論波形の間には、水平方向水粒子速度の時間変化

の場合のような明確な相違は見られない。

なお、すべての実験ケースについて、

$$N_R = \sqrt{\frac{\pi}{\nu T}} \frac{H}{\sinh(2\pi h/L)} \quad \dots\dots\dots (3.2.1)$$

で定義されるレイノルズ数を計算した (ν : 動粘性係数, L : 波長)。それらのうちの最大のものでも、波による底面境界層の層流から乱流への遷移レイノルズ数 $N_R = 160^{(10)}$ より小さかった。また、水粒子速度が境界層外縁での水粒子速度の9%になるような底面からの高さとして計算された層流境界層厚は、最大のものでも4.8mmで、底面からのプールの高さ8mmより小さかった。

第3節 水平方向水粒子速度の鉛直分布

水平方向水粒子速度の鉛直分布は、水素気泡をトレーサとする方法によって測定した。この方法では、トレーサとして水素気泡列を水中の陰極から電気分解によってきわめて短い時間間隔で発生させる^(11), 12)。

(1) 実験装置

用いた波浪実験水槽は、第2節の時間変化の実験のものと同じである。ただし用いた造波機は、第2編第3章第2節で述べた油圧ピストン型合成波発生機で単一のピストンを用いて規則波を発生させた。

この方法による水粒子速度の測定装置は、図-3.2.7に示すとおりである。水中で水素気泡を発生させるための陰極として、直径0.05mmの白金線を用いた。白金線の一端は水槽底面に固定して鉛直に張り、他端は波の峯の高さよりさらに数cm上のところでポイントゲージの先端にとりつけた。陽極としては、陰極のまわりの水槽側壁のガラス面に4枚の銅板(15cm×37cm)を貼りつけたものを用いた。波高計の1台は、水槽の横断方向に陰極とならべて設置し、もう1台はそれから約2mはなして設置した。2台の波高計の位置での波形は、電磁オシ

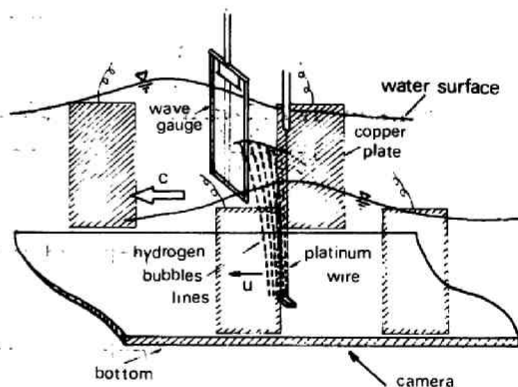


図-3.2.7 水素気泡をトレーサとする方法による水粒子速度測定装置

シログラフによって記録した。電極にパルス電圧を加えるパルス発生装置の電圧は400V、パルスくり返し周期は4~700msec、パルス幅は0.4~70msecである。白金線に沿って発生し流れとともに運動する水素気泡は、水槽側壁のガラス面を通して撮影した。

(2) 実験方法

実験においては、まず造波機によって起された波のうち、十分安定したのちのもので水槽他端からの反

射波の影響のない1波を選んだ。この波の峯が陰極を通過する直前に、適当なくり返し周期 Δt のパルス電圧を電極に加えはじめた。白金線に沿って発生した水素気泡列は、波の峯の位相では波の進行方向の流れによって運ばれる。この状態を 35mm カメラによって撮影した。同時に、白金線位置および2mはなれた位置での波形記録をとった。電極にパルス電圧

を加えると、波高計はそれを感じ、波形記録に乱れが入る。したがって、最初のパルスが加わった瞬間 t_0 がわかる(もし選ばれた波の峯が陰極線を通過した時刻を $t=0$ とすれば、 $t_0 < 0$)。

撮影されたフィルム上で、 $t_0 + (m-1) \cdot \Delta t$ と $t_0 + m \cdot \Delta t$ の算術平均 $t_0 + (m-1/2) \cdot \Delta t$ が最小になるような m 番目と $(m+1)$ 番目の水素気泡列を選んだ(写真-3.2.1参照)。 m 番目と $(m+1)$ 番目の気泡列の間の距離を読みそれを Δt でわれば、 $t/T = \{t_0 + (m-1/2) \cdot \Delta t\} / T$ の位相での水平方向水粒子速度 u が近似的に得られる。この操作を水槽底面からいくつかの高さで行ない、波の峯の位相付近での水平方向水粒子速度の鉛直分布を求めた。

実験条件は表-3.2.2に示している。ここで p はパルス幅である。カメラのしぼりおよびシャッター速度はつねに1.4および $1/125$ secである。

写真-3.2.1 水素気泡列

(3) 実験結果および考察

図-3.2.8は、表-3.2.2の条件のもとで、この方法で測定された、波の峯の位相における水平方向水

表-3.2.2 水平方向水粒子速度の鉛直分布の実験条件

h (cm)	T (sec)	H (cm)	Δt (msec)	p (msec)	$T\sqrt{g/h}$	H/h
30.5	0.9	9.1	40	20	5.3	0.30
20.9	1.0	7.2	20	10	6.6	0.35
16.0	0.9	5.2	20	10	7.4	0.33
13.0	1.0	4.0	20	10	8.3	0.31
16.0	1.1	4.9	20	10	8.6	0.31
13.0	1.1	4.1	20	10	9.6	0.32
29.8	1.7	7.1	50	20	10.0	0.24
21.0	1.7	6.5	30	15	11.9	0.31
21.0	1.8	6.4	20	5	12.0	0.31
21.0	1.9	6.2	20	10	12.9	0.30
16.0	1.7	5.2	20	5	13.6	0.32
13.0	1.9	3.7	20	7	16.8	0.28

粒子速度の鉛直分布を示すものである。横軸は u / \sqrt{gh} , 縦軸は底面からの高さ $(z+h)$ を水深 h で無次元化した $(z+h)/h$ をとり, パラメータとして $T\sqrt{g/h}$ および H/h のほかに波の位相 t/T の値をも示している。図中, 黒丸は実験値であり, 3つの曲線は, 同じ $T\sqrt{g/h}$, H/h および t/T の値に対する微小振幅波理論, Skjelbreia⁸⁾ の Stokes 波の第3次近似解およびクノイド波の近似表現としてのハイパボリック波理論⁹⁾ の理論曲線である。

図-3.2.9の太い実線は, 水粒子速度の鉛直分布と同時に測定した波形を示している。図-3.2.6と同様, 図中に比較のために3つの理論にもとづく波形も示されている。

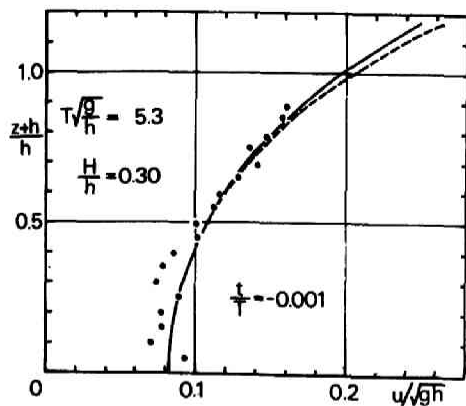
この方法で水粒子速度を測定する場合の誤差は, 主にフィルムの読み取りとパルス周期の誤差から生じ, ほぼ3%である。

図-3.2.8において, 波の位相はかならずしも $t/T=0$ ではないが, 絶対値は0から0.01の間に存在し, 実験結果は波の峯の位相でのものとみなしうる。一般的に, 水平方向水粒子速度の鉛直分布の理論曲線の中で, 微小振幅波によるものがもっとも鉛直方向に変化が少く, ハイパボリック波⁹⁾ によるものが最も変化が大きい。微小振幅波の理論値は, 全水深にわたって Stokes 波の理論値⁸⁾ よりも小さく, その差は水面で最大となる。一方ハイパボリック波にもとづく理論値は, 一般に, 底面付近では微小振幅波理論の値より小さく, 水面付近では Stokes 波理論の値より大きい。

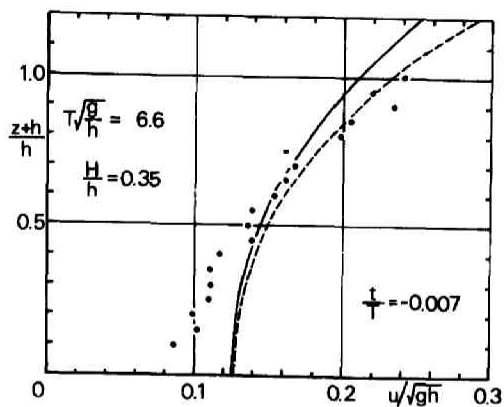
実験値は, 一般に底面から水深の5%ごとに求めた。ただし, $(z+h)/h < 0.1$ の領域では, 流れの場合は, 白金線を底面にとりつけるための高さ5mmの障害物によって乱される。また, $(z+h)/h > 1.0$ の領域では, 水素気泡の発生が不十分であったため水粒子速度を測定できなかった。 $T\sqrt{g/h}=5.3$ の場合には, 実験値は微小振幅波および Stokes 波の2つの理論分布と同じ傾向を有している。 $T\sqrt{g/h}=6.6$ および 7.4 の場合は, 実験値は Stokes 波の理論曲線とかなり一致している。 $T\sqrt{g/h} \geq 8.3$ の場合には, ハイパボリック波理論にもとづく鉛直分布も示している。 $T\sqrt{g/h} \geq 8.6$ の場合には, 実験値は Stokes 波とハイパボリック波の理論曲線の間に存在している。一般に, $T\sqrt{g/h} \geq 10$ では, 波の峯の位相での水平方向水粒子速度の鉛直分布は, Stokes 波理論よりもむしろクノイド波理論の近似表現としてのハイパボリック波理論によってよく説明しうる。

図-3.2.9は, 上述の図-3.2.8の各ケースに対応する波形の実験値と理論値の比較である。明らかに, 実験波形は, 微小振幅波理論の波形より2つの有限振幅波理論の波形に似ている。ただし, これらの図からどちらの有限振幅波理論が実験波形により一致しているかを定めることは困難である。言い換えれば, 2つの有限振幅波理論の間の差は, 波形に関しては明らかではないが, 水平方向水粒子速度の鉛直分布に関しては明確であるといえる。この事実は, 海中構造物に作用する波力を実測波形と理論から算定する場合に重要である。とくに, 底面付近と静水面より上の部分で, Stokes 波とハイパボリック波の2つの理論値の差が著しい。

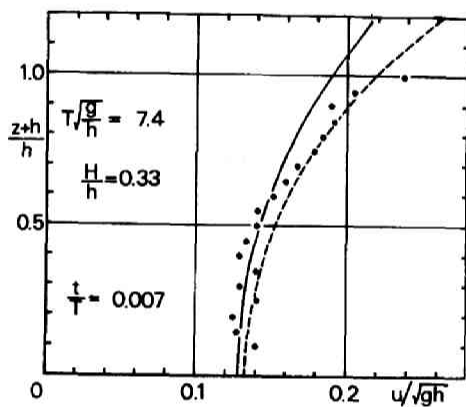
いずれにせよ, 水平方向水粒子速度の鉛直分布に関するこの実験の範囲では, $T\sqrt{g/h} \geq 10$ では Stokes 波理論よりもハイパボリック波理論を用いるべきであるといえる。これは(1)の時間変化の実験結果から得られた $T\sqrt{g/h} \geq 14$ と一致しない。この不一致の理由の1つとして, 2つの実験における



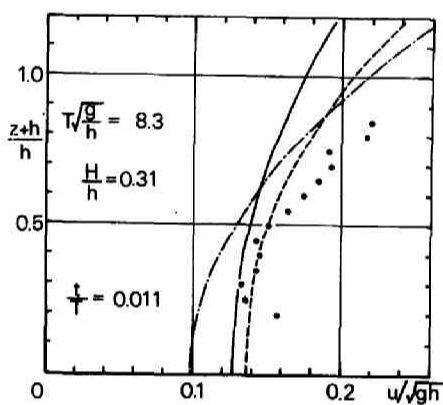
(1)



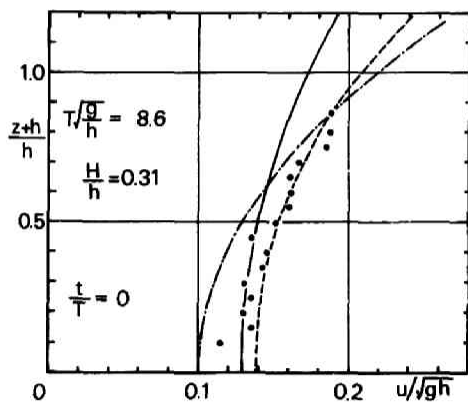
(2)



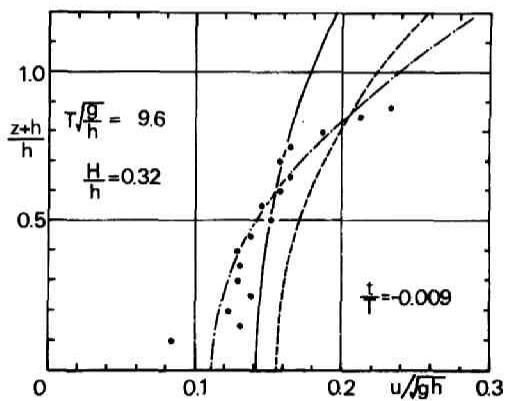
(3)



(4)



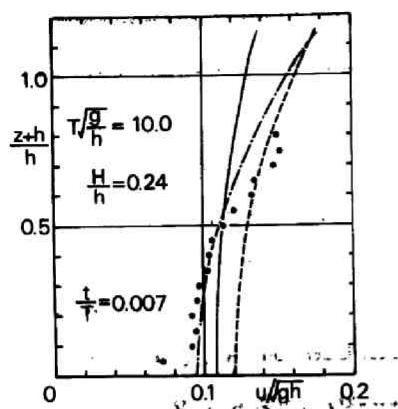
(5)



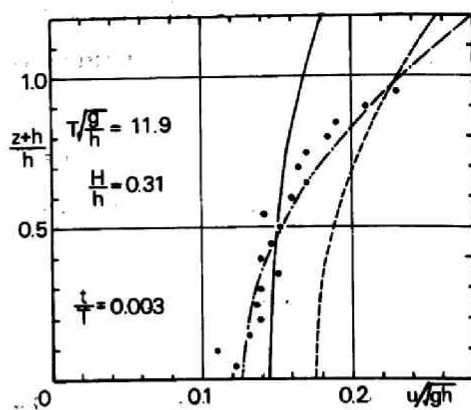
(6)

図- 3.2.8 (1)~(6) 水平方向水粒子速度の鉛直分布

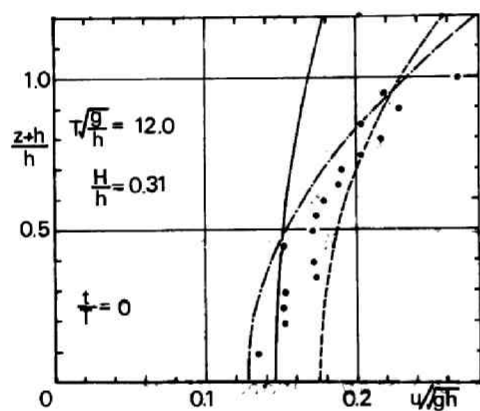
(——— : 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, — · — : ハイパボリック波⁹⁾)



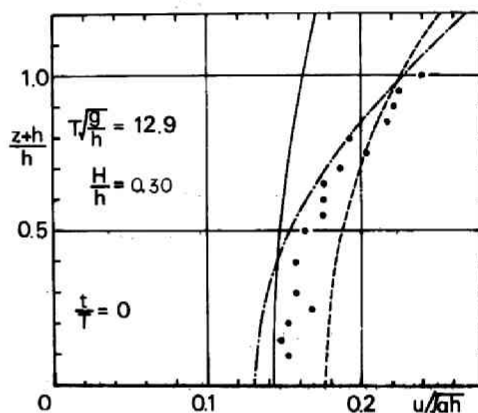
(7)



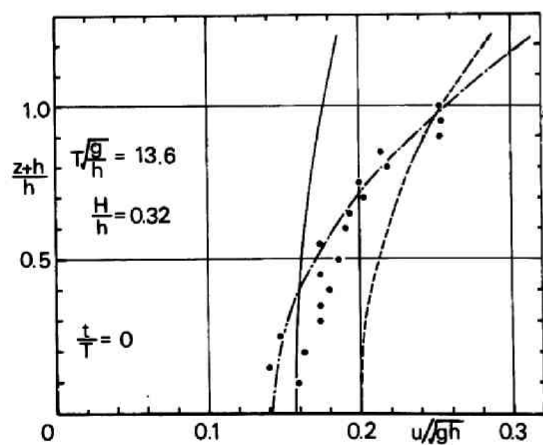
(8)



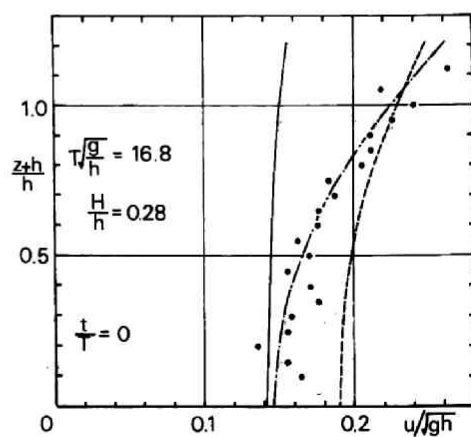
(9)



(10)



(11)



(12)

図一 3.2.8 (7)~(12) 水平方向水粒子速度の鉛直分布

(——: 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, — — — : ハイパボリック波⁹⁾)

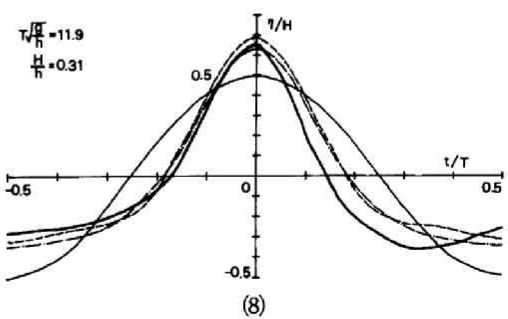
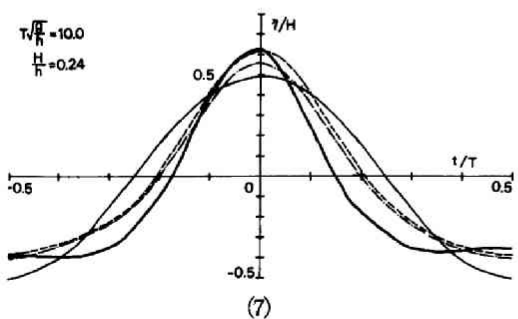
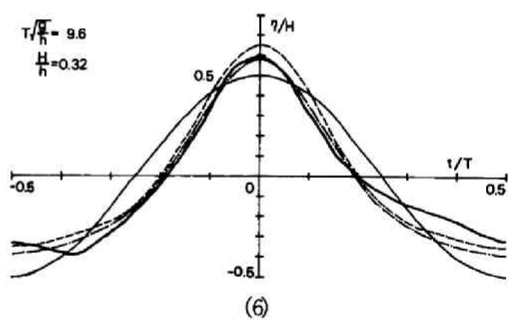
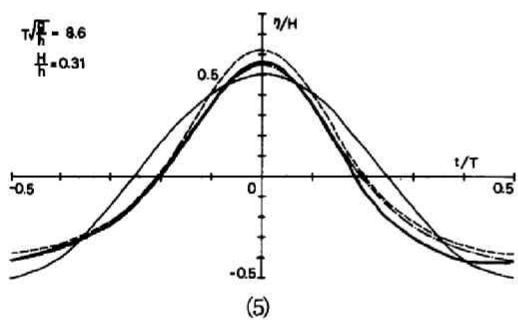
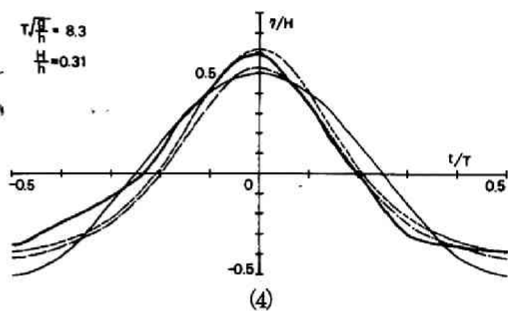
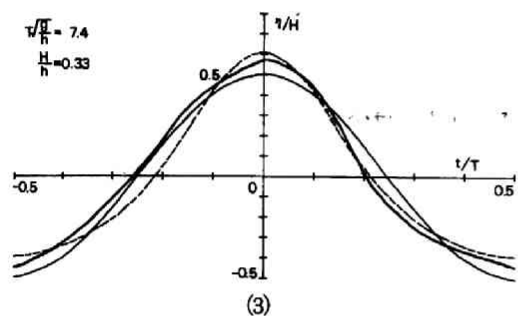
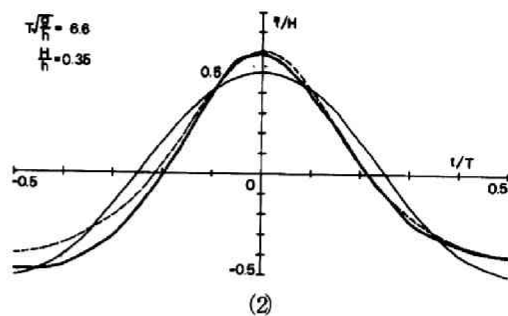
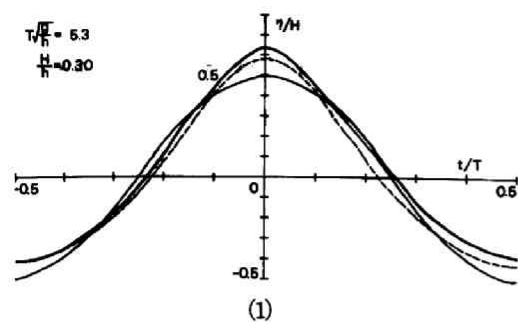


図-3.2.9 (1)~(8) 水位の時間変化 (図-3.2.8に対応する)

(——— : 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, - · - · : ハイパボリック波⁹⁾)

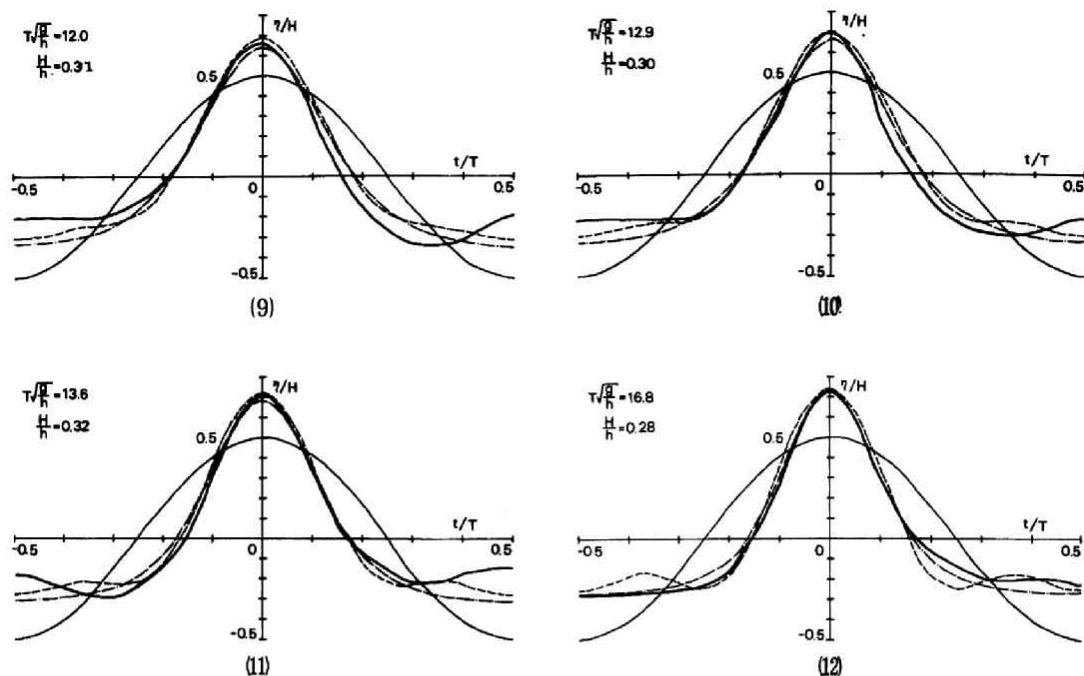


図-3.2.9 (9)~(12) 水位の時間変化 (図-3.2.8に対応する)

(——: 微小振幅波, - - - - : Stokes 波⁸⁾, - · - · : ハイパボリック波⁹⁾)

H/h の値の相違, つまり表-3.2.1で示した時間変化の実験の H/h の値の方が, 表-3.2.2の鉛直分布の実験の値よりかなり大きい事が考えられる。

第4節 結 言

本章では, 波の変形にともなう水粒子速度の変化を研究する第1段階として, 一樣水深での波による水平方向水粒子速度の時間変化および鉛直分布を測定し, 一樣水深における波理論の適用性を水粒子速度の立場から検討した。

まず第2節では, 熱膜流速計を利用して, 水平方向水粒子速度の一周期にわたる時間変化を測定し, 各種波理論と比較してつぎのような結論を得た。すなわち, この実験の範囲では, 実験波形は, Stokes 波およびハイパボリック波の2つの有限振幅波の理論波形とほぼ一致しているが, 水平方向水粒子速度の時間変化に関しては, $T\sqrt{g/h} \geq 1.4$ では Stokes 波理論よりもむしろハイパボリック波理論を用いるべきであることがわかった。

つぎに第3節では, 水素気泡をトレーサとする方法によって, 水平方向水粒子速度の波の峯の位相での鉛直分布を測定し, 各種波理論と比較してつぎのようなことがわかった。すなわち, 水平方向水粒子速度の波の峯の位相での鉛直分布に関しては, $T\sqrt{g/h} \geq 1.0$ では, Stokes 波理論よりもむしろハイパボリック波理論を用いるべきであることが見出された。

参 考 文 献

- 1) Morison, J. R. and R. C. Crooke : The mechanics of deep water, shallow water, and breaking waves, B. E. B., Tech. Memo. No. 40, Mar., 1953.
- 2) Elliott, J. G. : Interim Report, Hydrodynamics Lab., California Inst. of Tech., Contract NOy-12561, U.S. Navy, Bureau Yards and Docks, Jul., 1953.
- 3) Goda, Y. : Wave forces on a vertical circular cylinder : Experiments and a proposed method of wave force computation, Port and Harbour Tech. Res. Inst. Report No. 8, Ministry of Transportation, Japan, Aug., 1964.
- 4) Le Méhauté, B., D. Divoky and A. Lin : Shallow water waves : A comparison of theories and experiments, Proc. of the 11th Conf. on Coastal Eng., pp. 86~107, 1968.
- 5) Kolpak, M. M. and P. S. Eagleson : A system for measuring orbital velocity in waves, Proc. of the 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 327~344, 1970.
- 6) Inman, D. L. and N. Nasu : Orbital velocity associated with wave action near the breaker zone, B. E. B. Tech. Memo. No. 79, Mar., 1956.
- 7) Miller, R. L. and J. M. Zeigler : The internal velocity field in breaking waves, Proc. of the 9th Conf. on Coastal Eng., pp. 103~122, 1964.
- 8) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 9) 岩垣雄一 : クノイド波に関する研究 (第 4 報), — hyperbolic waves について(1) — . 京大防災研究所年報第 10 号 B, pp. 283~294, 1967 - 3.
- 10) Collins, J. I. : Inception of turbulence at the bed under periodic gravity waves, Jour. of Geophys. Res., Vol. 68, No. 21, pp. 6007~6014, 1963.
- 11) Schraub, F. A., S. J. Kline, J. Henry, P. W. Runstadler, Jr. and A. Littell : Use of hydrogen bubbles for quantitative determination of time-dependent velocity fields in low-speed water flows, Trans. ASME, Jour. of Basic Eng., Vol. 87, pp. 429~444, 1965.
- 12) Horikawa, K. and A. Watanabe : Laboratory study on oscillatory boundary layer flow, Proc. of the 11th Conf. on Coastal Eng., pp. 467~486, 1968.

第3章 水深減少に伴う水粒子速度の変化

第1節 概 説

第2章では、一様水深における波による水平方向水粒子速度を実験水槽で測定し、その結果を一様水深における波理論と比較して、水粒子速度の観点から波理論の適用性を論じた。

本章では、第2章の結果を基礎にして、水深減少によって波が変化する場合、それにもなってその内部機構である水粒子速度場がどのように変化するかを、実験的に検討する。水深減少に伴う波の諸量、すなわち、波高、波速および波形がどのように変化するかについては、すでに第2編で論じたが、ここでは、さらにこれらの量の変化にもなって、その内部の水粒子速度場がどのように変化するかを、上述の特性の変化と関連づけて検討し、一様水深での理論値とも比較して、斜面上の波の水粒子速度場の解明の手がかりを得ようとするものである。

第2節では、実験装置および方法を説明し、第3節では実験結果を検討し、波の変化に伴う水粒子速度の変化の解明を試みる。

第2節 実験装置および方法

(1) 実験装置

実験は、第2章の一様水深での水平方向水粒子速度の実験と同様、京都大学工学部土木工学教室地下実験室の波浪実験水槽を用いた。用いた造波機は電気油圧式不規則発生機であるが、この実験では、一様水深における水平方向水粒子速度の時間変化の実験と同様、ピストン型の造波板運動によって規則波のみを発生させた。また、斜面としては、第2編第3章の合成波の実験と同じくその勾配は $1/20$ で、長さ 8 m の鋼製斜面を、 30 m の水槽のほぼ中央部に設置した。

波高計としては電気抵抗線式波高計を用い、一様水深部に2台、斜面上に碎波点を含めて4台設置した。

水平方向水粒子速度の鉛直分布の測定は、第2章第3節で述べた一様水深における水平方向水粒子速度の鉛直分布の実験と同じく、水素気泡をトレーサとする方法によった。水粒子速度の測定点は、6つの波高計設置位置のうち、一様水深部の造波機に近い方のものを除いた5点とした。ただし、水粒子速度の鉛直分布の変化が碎波点の付近で顕著であることを考え、斜面上の4つの測定点は碎波点から沖側約 1 m の間に集中して設置した。なお、観測点が多く、実験ケースによってその位置を変える必要があるため、陰極線の下端は直接斜面上に固定せず、移動可能な「コ」の字型の枠に張ったものを用いた。そのため、枠の下端が底面付近の水粒子速度場を乱すことになった。

(2) 実験方法

陰極線のパルス電圧は、測定点を波の峯あるいは谷が通過する直前に加えはじめ、通過直後に撮影した。6台の波高計の水位記録はペン書きオシログラフによって行なったが、同時に、カメラのシャッターをおした瞬間をストロボ接点を用いて記録した。各測定点での撮影は、いくつかの波について行ない、その

間、波形記録は6台の波高計でのものですべてについて記録し、撮影終了後一度造波機を止めてから、ふたたびつぎの測定点での撮影を行なった。

水粒子速度を求めるために、波の峯あるいは谷が測定点を通過した際に発生させた気泡列のうち、どれを選択するかについては、いろいろの考え方があるが、ここでは撮影されたフィルム上の気泡列群のうち間隔がもっとも大きい2つの気泡列を選んで水平方向水粒子速度を求めた。

一様水深部水深は、つねに25.5cmとした。斜面の勾配は1/20で長さが8mであるから、斜面最後端は水槽底面から40cmの高さにあり、したがって斜面上で碎けた波は遡上したのちもど流れとなって逆流することになる。

陰極線に加えるパルス電圧のパルスくり返し周期およびパルス幅は、それぞれつねに20msecおよび10msecとした。実験条件は、表-3.3.1に示すとおりである。ただし添字の1から5までの数字は、一様水深部から碎波点にいたる水粒子速度の測定点を示すものであり、 h_1 は一様水深部水深、 T は波の周期、 H_1 は一様水深部波高である。

表-3.3.1 実験条件

h_1	T	H_1
(cm)	(sec)	(cm)
25.5	2.0	4.4
25.5	2.0	5.5
25.5	2.0	6.5
25.5	1.5	6.0
25.5	1.0	6.3

第3節 実験結果および考察

まず、水粒子速度の鉛直分布を検討するまえに、水深減少にともなう波高および波形の変化の結果を示す。ペン書きオシログラフの $h_1 \sim h_5$ の測定点の波形記録のうち特定の一波を選んで波高を求め、第2編第2章第4節の波高変化の実験結果(図-2.2.7)と同様の整理をして、第1編第2章のエネルギー・フラックス法による波高変化の理論曲線(図-1.2.3)と比較したのが、図-3.3.1である。第2編第2章の図-2.2.7(3),(4)に示した底勾配 $i = 1/20$ の実験結果と同様、若干のばらつきはあるが、ほぼエネルギー・フラックス法による理論曲線と一致しているといえる。

つぎに、波形の特性として、第2編第4章と同じく、図-2.4.1に示した η_0/H および t_c/T をとり、図-2.4.5および図-2.4.6と同様に各実験ケースについてその変

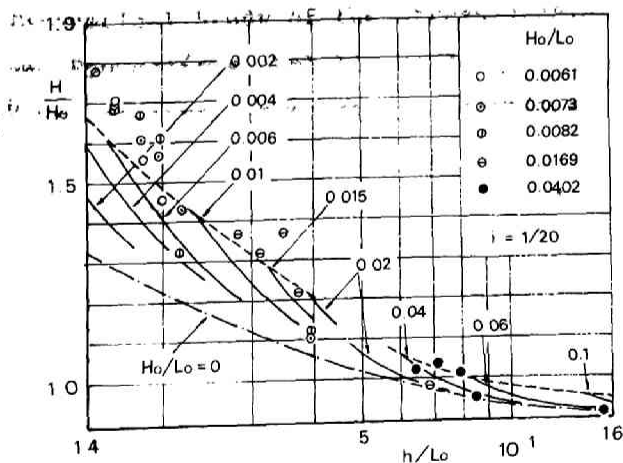


図-3.3.1 波高変化の実験結果

化を示したのが、図-3.3.2および図-3.3.3である。図-3.3.2には、比較のために、第2編第4章第2節で述べたエネルギー・フラックス法による波の峯高の変化の理論曲線（図-2.4.4）をも示している。実験結果の傾向は、図-2.4.5の底勾配 $i = 1/20$ の場合の実験結果と同様であることがわかる。一方、図-3.3.3の t_c/T の変化の実験結果も、図-2.4.6に示した実験結果と同じ傾向を有している。

以上のように、水深減少にともなう波高、波の峯高および波形の非対称性の変化に関しては、すでに第2編で示した実験結果の傾向とほぼ一致することが確かめられた。つぎに、このような波の特性の変化のもとで、その内部機構である水粒子速度場がどのように変化するかを述べる。

5つの測定点で、水素気泡をトレーサとする方法によって得られた、水平方向水粒子速度 u の波の峯および谷での鉛直分布を無次元化して示した例が、図-3.3.4(1)~(3)である。ここで、 z は静水面を原点に鉛直上向きにとった座標で、 $z+h$ は底面からの高さを表わす。また、 u_c は波の峯の位相での u 、 u_t は波の谷の位相での u を意味する。

図中、同じ $(z+h)/h$ に対し、白丸を線で結んでいるのは、いくつかの波の実験値のばらつきを示すものである。図中には、比較のために、Skjelbreia¹⁾ の Stokes 波の第3次近似解および Laitone²⁾ のクノイド波の第2近似解による理論曲線をも示している。

この図から、実験値は、 u_c 、 u_t とも水深の減少にともなってその値を増し、とくに u_c は水面付近で急に大きくなっていくことがわかる。 u_c の実験値を Stokes 波の理論値とくらべた場合、分布の形はほぼ似ているが、値そのものは実験値の方が小さい。一方、クノイド波の u_c の理論値は、一様水深部を除いて、分布の形そのものが実験値と異なり、水面付近では実験値とくらべて急に増大することがわかる。

いま、 u_c および u_t の鉛直分布の特性をパラメータで表示するために、図-3.3.5に示すように、 u_c / \sqrt{gh} および u_t / \sqrt{gh} の大きさは鉛直方向の平均値 $\overline{u_c / \sqrt{gh}}$ および $\overline{u_t / \sqrt{gh}}$ を求めてそれで代表させ、 u_c の鉛直分布については、水面付近の平均値より大きい部分の平均勾配

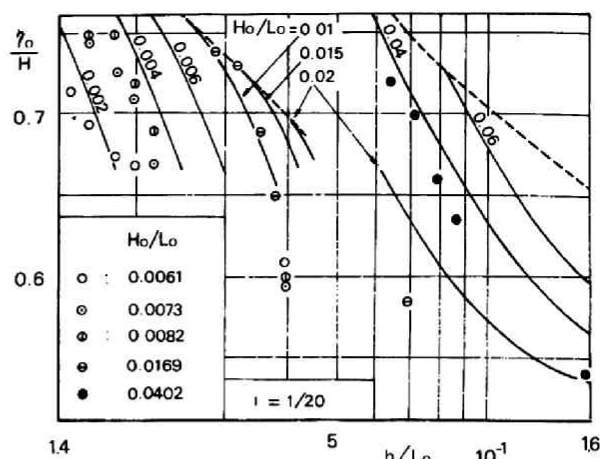


図-3.3.2 波の峯高の変化の実験結果

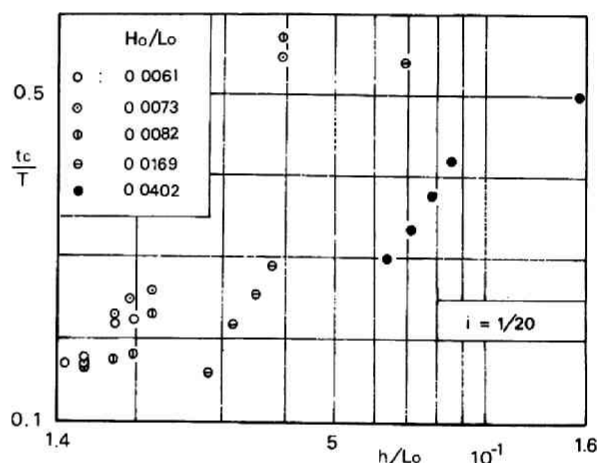


図-3.3.3 波形の非対称性の変化の実験結果

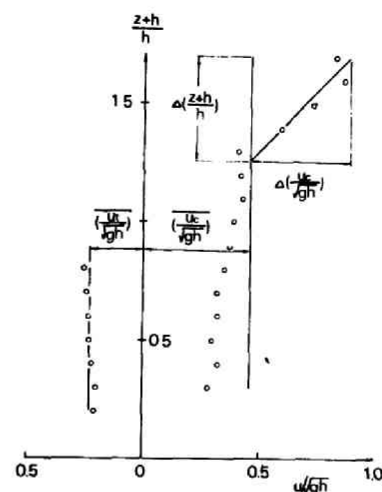
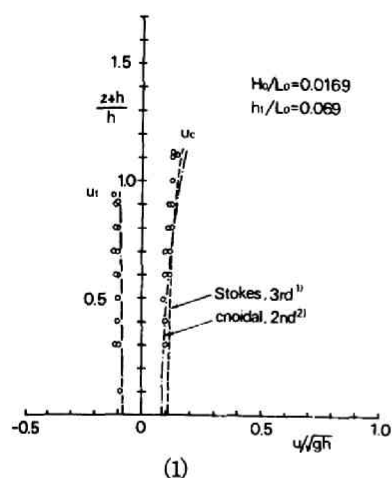


図-3.3.5 水平方向水粒子速度の鉛直分布に関するパラメータ

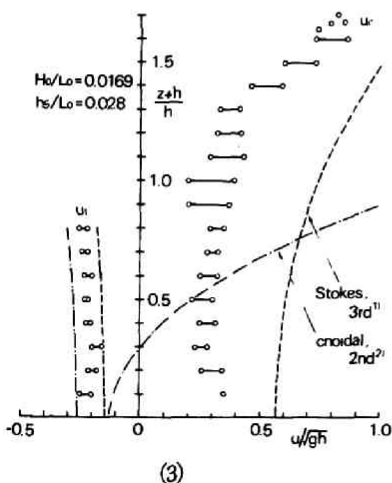
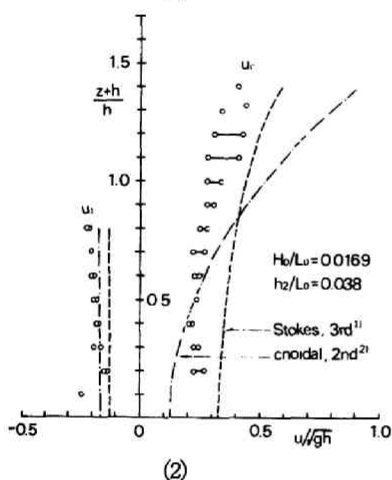


図-3.3.4 (1)~(3)
水平方向水粒子速度の鉛直分布の変化

$\Delta(u_c / \sqrt{gh}) / \Delta[(z+h)/h]$ を求めてこれで表わすことにする。

波高、波の峯高および波形の場合と同様に、各ケースについて、横軸に h/L_0 をとって、 $\overline{u_c / \sqrt{gh}}$ 、 $\overline{u_c} / |\overline{u_x}|$ および $\Delta(u_c / \sqrt{gh}) / \Delta[(z+h)/h]$ の変化を示したのが、図-3.3.6、図-3.3.7および図-3.3.8である。3つの図を見てわかるように、3つのパラメータとも水深の減少によって増加

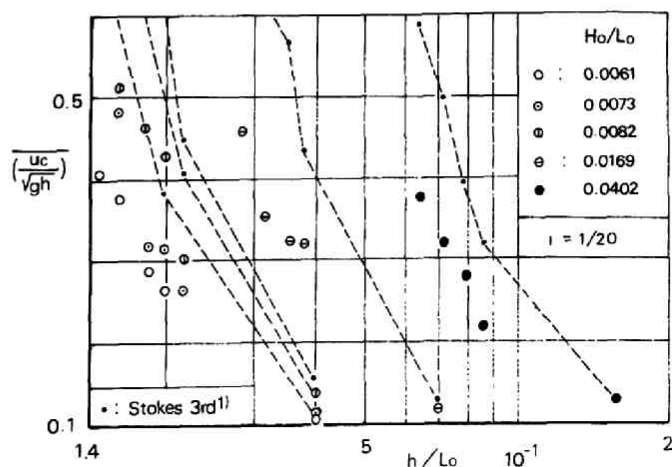


図-3.3.6 $\overline{u_c} / \sqrt{gh}$ の変化

することがわかる。しかもその値は、同じ h/L_0 に対して沖波波形勾配 H_0/L_0 の値が大きいほど大きい。

図-3.3.4で述べたように、斜面上ではクノイド波²⁾の理論値の u_c の分布の傾きは、実験値のものよりかなり急であり、ここでは、分布の形がより実験値に近い Stokes 波¹⁾の理論値にもとづく3つのパラメータの値を、比較のために“・”印で示している。Stokes 波による3つのパラメータの理論値の変化の傾向は実験値の変化の傾向と一致するが、値そのものにはかなりの相違がある。とくに、 u_c / \sqrt{gh} および $\overline{u_c} / |\overline{u_t}|$ については、理論値は実験値よりかなり増加の割合が大きい。

図-3.3.4で述べたように波の峯の位相での実験値の鉛直分布にくらべて、一様水深の波理論であるクノイド波理論²⁾の分布の傾きが非常に急で、とくに水面付近の u_c の理論値が実験値よりはるかに大きくなる事実に関しては、それが斜面上の波に関してだけでなく、一様水深で

の波高の大きい波についても成立するかどうかを確かめる必要がある。

しかし、第2章の一様水深での水平方向水粒子速度の実験では、波高はそれほど大きくなく、上述の問題を検討する資料にはならない。ただし、Méhaute ら³⁾は、一様水深で波高のかなり大きい波による水平方向水粒子速度の鉛直分布(波の峯の位相)の測定結果を、Laitone²⁾のクノイド波の第2近似解と比較しており、たとえば図-3.3.9に示すように、理論値の計算にあやまりがあるが、そのあやまりを修正しても、クノイド波の理論曲線の勾配は、実験値の分布の勾配よりはるかに急である。したがって、上述の実験事実は、底面が斜面であるか水平床であるかによるのではなく、クノイド波理論そのものの傾

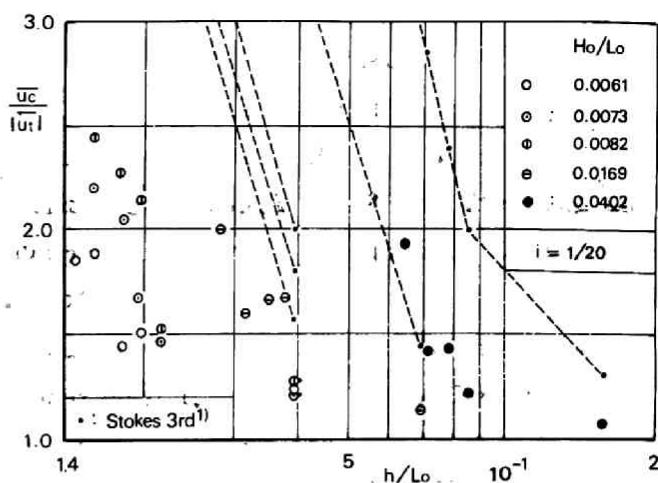


図-3.3.7 $\overline{u_c} / |\overline{u_t}|$ の変化

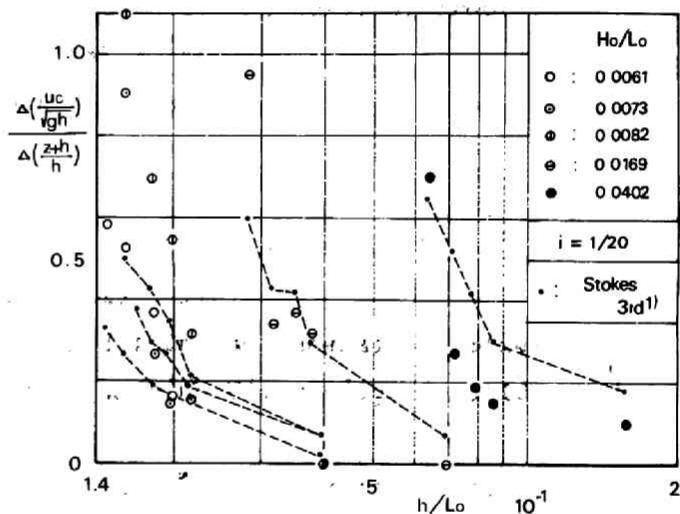


図-3.3.8 $\Delta(u_c / \sqrt{gh}) / \Delta(z+h/h)$ の変化

向であると思われる。

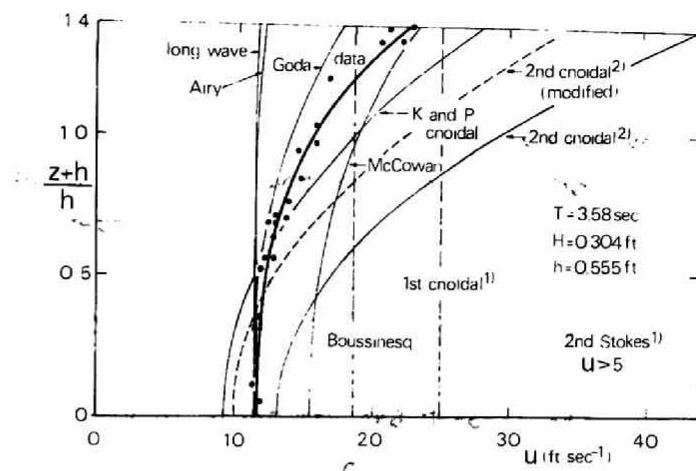


図 3.3.9. Méhauté³⁾ の

水平方向水粒子速度の鉛直分布の実験結果

第 4 節 結 言

本章では、水深減少による波の変化にともなって水粒子速度がどのように変化するかを明らかにするため、実験水槽内に設置された 1/20 勾配の斜面上を進行し砕波にいたる波の水平方向水粒子速度の波の峯および谷の位相における鉛直分布を、水素気泡をトレーサとして測定した。

第 2 節で、実験装置および方法をのべたのち、第 3 節で実験結果を検討し、つぎのような結論を得た。

水平方向水粒子速度の波の峯および谷の位相における値は、ともに水深の減少にともなって増加し、とくに波の峯の位相での値のうち水面付近で増加が急激である。峯の位相での実験値の鉛直分布を、同じ水深、周期および波高の Stokes 波の理論値とくらべると、分布の形はほぼ似ているが、値そのものは実験値の方が小さい。一方、クノイド波の理論値は、分布の傾きが急で、水面付近では、実験値よりはるかに大きい。このことは、一様水深においても波高が大きい場合に生じるクノイド波理論特有の傾向である。

鉛直分布の特性を表現する 3 つのパラメータ u_c / \sqrt{gh} 、 $u_c / |u_t|$ および $\Delta(u_c / \sqrt{gh}) / \Delta[(z+h)/h]$ は、すべて水深の減少にともなって増加し、しかもその値は沖波波形勾配が大きいほど大きい。

参 考 文 献

- 1) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 2) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 3) Le Méhauté, B., D. Divoky and A. Lin : Shallow water waves : A comparison of theories and experiments, Proc. of the 11th Conf. on Coastal Eng., pp. 86~107, 1968.

第4章 砕波近傍における水粒子速度と砕波条件

第1節 概 説

第2章では一様水深における波による水粒子速度を、第3章では水深減少にともなう水粒子速度を実験的に論じてきた。一様水深での波による水粒子速度の実験では、波高があまり大きくない場合にかぎられ、砕波に近いような波高の大きい波の場合の水粒子速度は測定していない。また、水深減少にともなう水粒子速度の実験では、底勾配が $1/20$ の場合にかぎられ、しかも水平方向水粒子速度の波の峯および谷における鉛直分布しか測定していない。

上述のように、第2、第3章での実験はかなり限られた場合のものであるが、いずれにせよ、砕波付近の波高の大きい波に対して測定された水平方向水粒子速度の峯の位相での鉛直分布の傾きにくらべて、とくに同じ条件での Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解による分布の傾きははるかに急であることがわかった。

砕波近傍における水粒子速度場は、砕波現象を支配する内部機構として重要であるだけでなく、海岸工学上、海岸構造物に作用する波力および砕波帯付近の波による漂砂現象に関係する底質の浮遊・拡散に関する重要な要因の1つである。

砕波近傍における水粒子速度場を解明するためには、多くの要素を考慮しなければならないが、本章では、とくに従来進行波の砕波条件として、もっとも普通に仮定されている「波の峯での水粒子速度が波速に等しい」という条件の妥当性を調べるための実験を行なった結果を述べる。まず、第2節で、 $1/200$ という一様水深とみなしうるきわめて緩やかな斜面上での砕波近傍の進行波を取りあげ、峯付近の水面上の水平方向水粒子速度を測定するための実験装置、実験方法および解析方法について述べ、ついで第3節では、その実験結果から砕波近傍の波の峯付近での、水面の水平方向水粒子速度場について検討するとともに、上述の進行波の砕波条件を確かめ、最後に第4節で、Stokes 波とクノイド波理論の砕波限界における水粒子速度場について検討し、砕波近傍における両理論の適用性について論じる。

第2節 実験装置、実験方法および解析方法

(1) 実験装置

実験は、第2章および第3章と同様、京都大学工学部土木工学教室地下実験室の波浪実験水槽を用いた。用いた造波機は、水平方向水粒子速度の鉛直分布の実験と同様、第2編第3章第2節で述べた油圧ピストン型合成波発生機で、単一のピストンを用いて規則波を発生させた。30mの水槽の中央部に、まず勾配 $1/30$ 長さ1.8m、つづいて勾配 $1/200$ 長さ14.0mの鋼製斜面を設置した。したがって斜面最後端は、水槽底面から13cmの高さにあることになる。斜面後端につづいて、水槽後部の一様水深部には消波装置を設置した。

斜面前方の一様水深部には、2本の電気抵抗線式波高計を設置し、一様水深部での波の周期、波高、波

速を計測した。

砕波近傍の波形、波高、波速、および波の峯における水粒子速度の変化を計測するため、高速度撮影機（Milliken社製 DBM-5）を使用した。この実験では、特定の波に注目し、その波が斜面を進行し砕波するまでの変化を計測することを目的としているので、高速度撮影機を水槽の移動台車にとりつけ、波の峯が撮影機の視野のほぼ中央に位置するように、その波とともに移動させながら、水槽の一方の側面とそれに接する水面とを斜上方から撮影した（図-3.4.1参照）。波形を読みとるために、水槽ガラス面に2mm角のメッシュを描き、波形とともに写した。水面での水粒子速度を計測するために水面に浮かべたフロートは、合成樹脂製で、直径10mm、厚さ5mmの平坦な円柱型である。撮影されたフィルムは、感光紙に拡大焼き付けし、それを用いて波の諸量を読みとった。

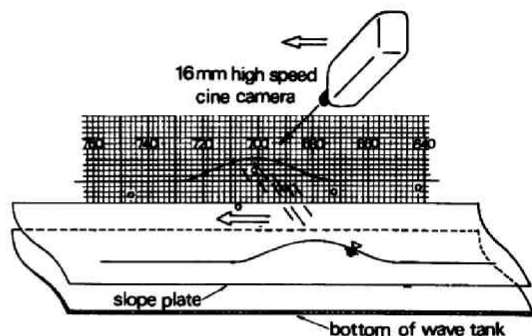


図-3.4.1 撮影方法

(2) 実験方法

ピストン型造波機によって起こした一連の波は、斜面上に進入するまえに、一様水深部で、2台の波高計によって記録する。その後斜面上に進入した波のうち、波形が安定したのちのもので、反射の影響のない1波を選ぶ。この波を、水槽上の台車を移動させながら追跡し、その波の峯の付近が写し込まれるようにしながら、砕波後まで撮影する。撮影は毎秒128コマで行なった（シャッター速度は $1/630$ secである）。特に砕波点付近には、約40個のフロートが5~10cmの間隔で浮かべてあるので、波によるこれらのフロートの運動の状態も同時に撮影される。したがって、撮影されたフィルムには、斜め上方から見た、一方の側壁に貼られた2mm角のメッシュと、それに接する波形およびいくつかのフロートが写っている。

(3) 実験結果の解析方法

a) 波の峯およびフロートの走時曲線

現像されたフィルムのうち、砕波付近の連続する80コマを、1コマおきに感光紙に拡大焼き付けする。これらの感光紙上で、波の峯の水槽方向の位置 x を、同時に写された2mm角のメッシュから読みとる。ここで x は、 $1/30$ 勾配と $1/200$ 勾配斜面との接点点を原点とし、波の進行方向を正にとった座標とする。読みとった x を横軸に、フィルムのコマ数を縦軸にとって、波の峯の走時曲線を描く（コマ数は、砕波付近の特定のフィルムを0としたものである）。なお、この段階では、走時曲線は実際には1コマおきの点として表わされている。

一方、フロートの位置 x は、波の峯のように簡単に決まらない。フロートは多くの場合側壁に接していないので、直接側壁のメッシュを用いることができない。そこで、あらかじめ水槽底面から適当ないくつかの高さの水平面内に、側壁のものと同様のメッシュ板を設置し、実験時と同じ高さから同じ方向に

して同じ撮影機でそれを撮影し、つぎのようにしてフロートの位置を決定した。すなわち、こうして得られたフィルムを、実験時に得られたフィルムと同じ拡大率で焼き付けし、その感光紙上で、水槽横断方向の直線群を延長し交点を求める。この場合、直線群はほぼ一点で交わり、しかもこの点は、実験時に波によって変化する水面の高さの範囲では、いずれの場合もほぼ同じ位置に存在するので都合がよい。したがって実験で得られたフィルムを拡大した感光紙上で、この交点 O (図-3.4.2 参照) とフロートの像の中心を直線で結べば、この直線 (図-3.4.2 の OA あるいは OB) は、フロートの中心を通過して水槽側壁に直角に交わる水平な直線の像に対応することになるから、この直線と側壁における水面との交点 (A あるいは B) の位置が、フロートの水槽方向の位置 x を表わすことになる。こうして碎波付近の 40 コマのフィルムに写されたいくつかのフロートについて、その走時曲線を波の峯の走時曲線と同じ図上にプロットする。そして、のちの解析の都合上これら点群としての走時曲線を、なめらかな曲線で代表させる。

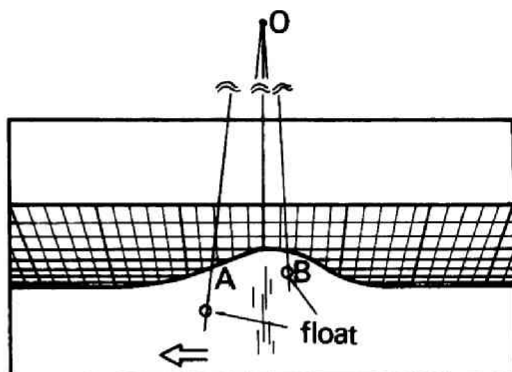


図-3.4.2 フロート位置の決定法

b) 波の進行にともなう水面での最大水平方向水粒子速度の変化

つぎに、各実験ケースの走時曲線図で、各フロートの走時曲線の勾配が最大になるコマ数 (したがって時間) を決定する。これはフロートの水平方向速度 u_f が最大であることを意味する。この時間での波の峯の位置 x と、波の峯の走時曲線の勾配すなわち波速 c を求める。同様の操作を他のフロートについても行ない、 x と $u_{f \max}/c$ の関係を、図上にプロットする。いま、 $u_{f \max}$ を、水面における水平方向水粒子速度の最大値 $u_{s \max}$ とみなせば、これらの図は、波の進行にともなう碎波付近での、水面における最大水平方向水粒子速度の変化を表わすものと考えられる。

c) 碎波付近の水面での水平方向水粒子速度の分布

同様な u_s/c の値は、各フロートについて、その走時曲線上のいくつかの点からも求めることができる。また、フロートの走時曲線と波の峯の走時曲線の横軸上の差 x' (したがって、波の峯を原点とするフロートの位置) を求め、これを、その点での c に波の周期 T をかけて求められる波長 L でわって、 x'/L と u_s/c との関係を、各実験ケースの各フロートについてプロットする。

u_s/c と x'/L の関係の実験結果を、理論と比較するために、水深 h 、波高 H を知る必要がある。上述したように、 u_s は、特定のフロートの運動を追跡して得られたものであり、したがってその間に波自身も進行して変化しているため、ここではその間の平均的な値として、フロートの走時曲線上の点のうち、代表的な点に対応するフィルムを選んで、そのフィルム上の、波の峯の位置 x での水深 h を求める。一方、波高 H については、フィルムでは波の峯付近 (長さ約 70 cm) しか写っていないので、波の峯高はわかっていても、波の谷の高さは明らかでない。そのため、台車に、約半波長はなして、さらに 1 台の

波高計を設置し、撮影機とともに移動させて、波の谷付近の水位を記録する。また、この実験においては、フィルム上での最低の水位が波の谷の水位とみなせる場合も多いので、波高計による水位と比較して、低い方を波の谷の水位とし、それとすでに求めた波の峯の水位とから波高を決定する。こうして得られた $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値を用いて、比較のための理論値を計算する。

d) 碎波付近での波形

さらに、上述の選ばれたフィルム上で、側壁のメッシュを用いて、波の峯付近の空間的波形を求め、同様に理論波形と比較する。

表-3.4.1 実験条件

e) 一様水深部での時間波形

最後に、碎波点付近の波形とくらべるために、撮影した波の一様水深部における時間波形を、波高形の記録から求める。

実験条件を、表-3.4.1に示す。ここで、 h_1 、 T 、 H_1 、 c_1 は、それぞれ一様水深部での水深、波の周期、波高および波速である。

run No.	h_1 (cm)	T (sec)	H_1 (cm)	c_1 (cm/sec)
1	19.9	0.9	6.1	140
2	19.9	0.9	7.2	153
3	19.9	1.1	7.0	150
4	19.9	1.7	4.8	158
5	19.9	1.8	4.3	162
6	19.9	1.9	4.9	177
7	19.9	2.3	4.2	167

第3節 実験結果および考察

(1) 実験結果

前述した方法によって求めた、波の峯およびフロートの走時曲線の例として実験ケース Na6 の場合を示したものが、図-3.4.3(1)~(3)である。図の(1)~(3)は、同一の波の走時曲線図を分割して図示したもので、時間的に(3)、(2)、(1)の順になっている。点群は、なめらかな曲線を描く前の、1コマおきにプロットされた点である。図中の $f_1 \sim f_3$ は各フロートを示す記号である。

碎波付近の水面での最大水平方向水粒子速度 $u_{s, max}$ と、速度 c との比が波の進行とともにどのように変化するかを示したのが図-3.4.4(1)~(7)である。図中には、計算された区間の、 $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値をも示している。ただしこの値は、 u_s/c と x/L の関係の図に示すいくつかの $T\sqrt{g/h}$ の平均値と H/h の最大値である。

図-3.4.5(1)~(4)、図-3.4.6(1)、(2)および図-3.4.7(1)、(2)は、それぞれ、第2節(3)の c)、d) および e) の方法によって得られた結果の例である。これらの図で、同時に示された理論曲線は、いずれの場合も破線が Stokes 波の第3次近似解²⁾、一点鎖線がクノイド波の第2近似解¹⁾である。

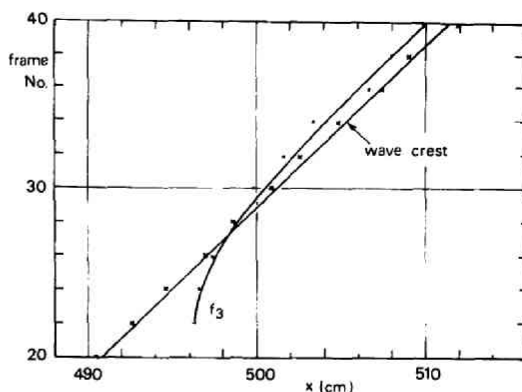
(2) 考 察

図-3.4.3(1)~(3)を見てわかるように、波の峯はその進行につれて、フロート f_1 、 f_2 および f_3 の順に追い抜いていく。特にフロート f_1 および f_2 は、波の峯が近づくにつれて速度を増し、追い抜かれたのちは、波の峯からはなれるにつれて速度を減少している。一方、フロート f_3 は、 f_1 、 f_2 と同様波が近づくにつれてその速度を増すが、波の峯に追い抜かれてわずかに波の峯の後方に位置したのちは、

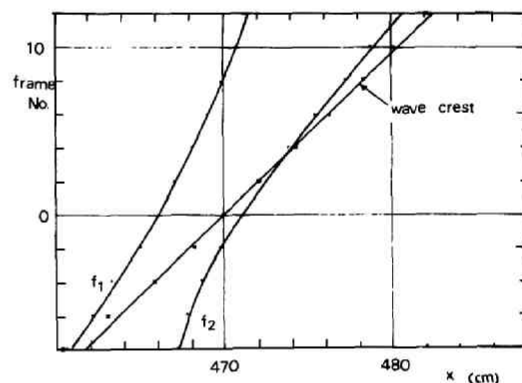
ほとんど波の峯と同じ速度で運動していることがわかる。このことは明らかに、波が進行して砕波を開始すると、波の峯付近の水面での水平方向水粒子速度 u_s が、波速 c にほぼ等しくなることを示している。なお、第2節(3)a)で述べた走時曲線を形成する点群をなめらかな曲線で近似したことによる誤差は、他の読みとり誤差およびフロートの追いつき性による誤差と同程度で数%である。

図-3.4.4(1)~(7)は、波の峯付近の水面での水平方向水粒子速度の最大値が、波の進行にともなうどのように変化するかを示したものであるが、いずれの場合もプロットされた点のうち $u_{s, \max}/c$ の最大値は、0.93~1.0の間にあり、進行波の砕波限界で、波の峯の水粒子速度が波速に等しくなるという条件は実験的にほぼ妥当であるといえる。ただしその変化の仕方は、多くの場合 x に関連して単調増加であるが、(2)の場合は一度最大になって再び減少し、(5)の場合は一度減少した後再び増加している。なお、参考のために示した H/h の値は、(2)および(5)の場合を除いて0.67~0.74の間に存在し、Laitone¹⁾の砕波限界値0.727に近いが、(2)および(5)の場合は約0.59とかなり小さく、その理由は明らかでない。

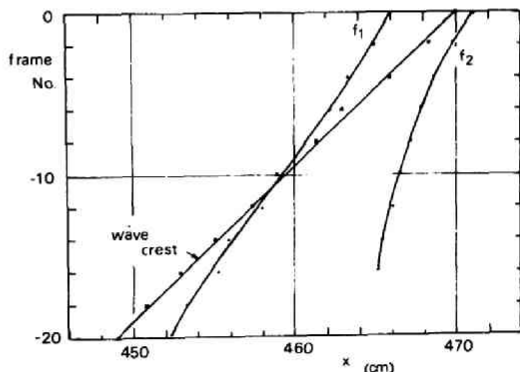
つぎに、図-3.4.5およびここには示さなかった他の場合の結果からつぎのことがいえる。 u_s/c の実験値の分布はばらつきが大きい、その傾向としては、同時に示したStokes波²⁾およびクノイド波¹⁾の理論曲線にくらべて、その変化が急であるといえる。また実験値の最大値は必ずしも $x'/L = 0$ に存在せず、その付近にばらついている。なお、(1)、(2)では、クノイド波の理論曲線はその値が1よりはるかに大きいことを示していない。また、(4)の場合も、 $T\sqrt{g/h} = 23.6$ とクノイド波の適用範囲内であるが、 H/h が0.74と大きく、やはり理



(1)



(2)



(3)

図-3.4.3 (1)~(3)

波の峯とフロートの走時曲線

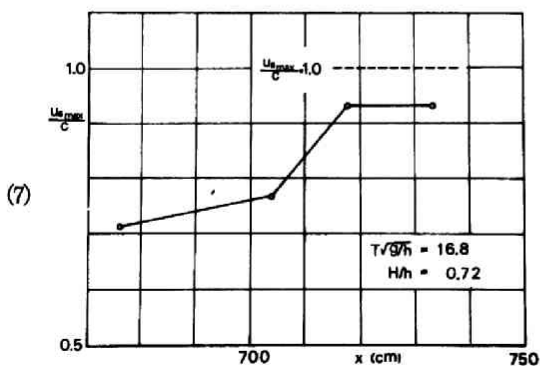
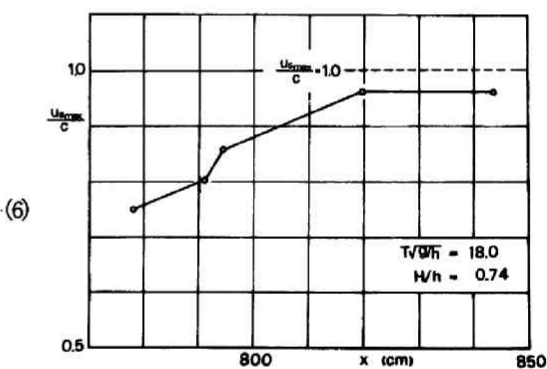
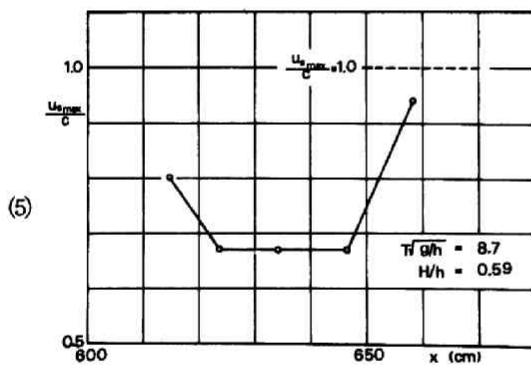
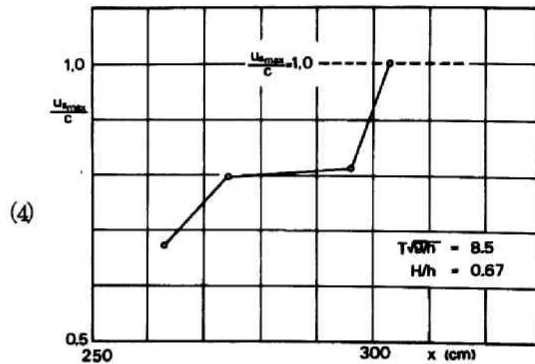
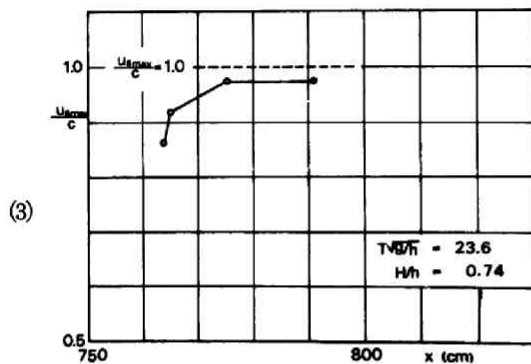
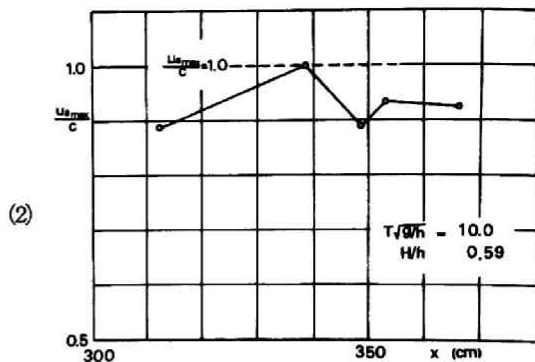
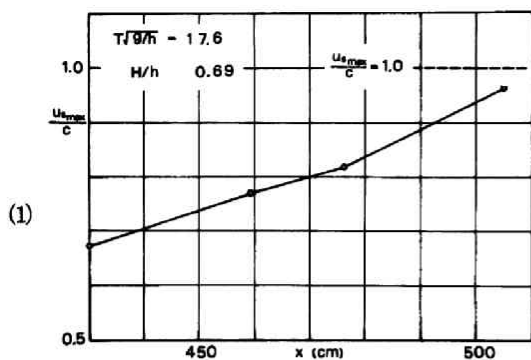
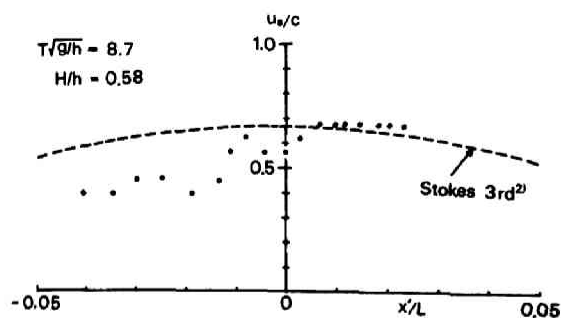
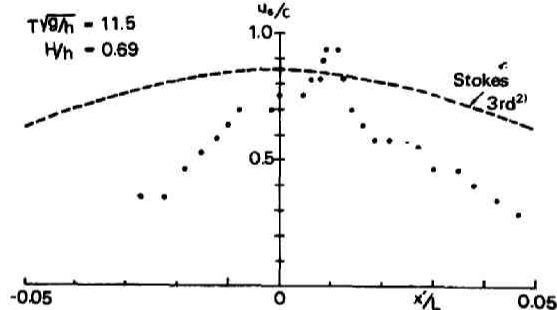


図-3.4.4 (1)~(7)

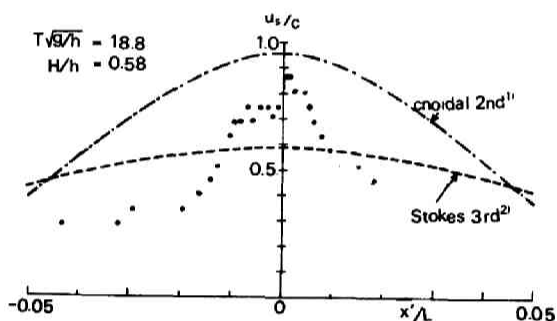
波の峯付近の最大水平方向水粒子速度の変化



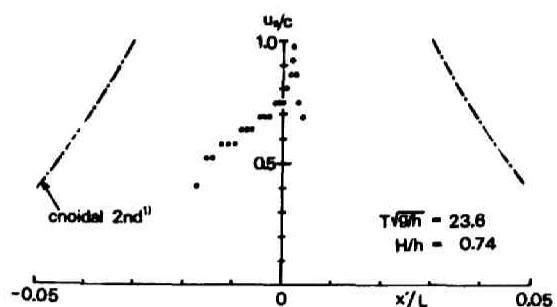
(1)



(2)



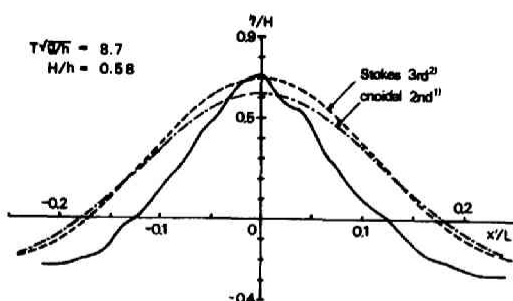
(3)



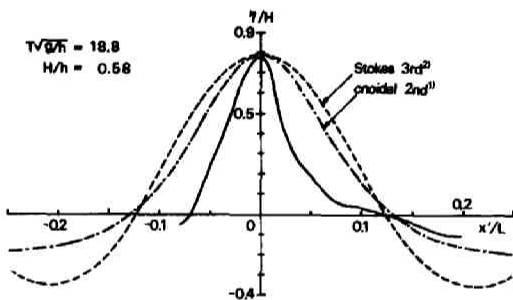
(4)

図-3.4.5 (1)~(4)

水面での水平方向水粒子速度の分布



(1)



(2)

図-3.4.6 (1), (2) 波の峯付近の波形

論値の u_s/c の値は、 $x'/L=0$ の付近で1よりはるかに大きくなっている。また、Stokes 波の理論曲線は、解の収束性が悪く示していない。

図-3.4.6は、砕波点近傍での波の峯付近の波形であるが、他の結果も含めて、その傾向は2つの理論曲線と比較してやせており、それは図-3.4.5の u_s/c の傾向とよく一致する。

そのため、一様水深部での波形を検討した結果が図-3.4.7であるが、ここに示さなかった場合の結果も含めて、一般に、その時間波形は同じ条件での理論波形とほぼ一致しており、砕波点付近での u_s/c と x'/L の関係および波形 η/H と x'/L の関係の実験結果のようにやせた形の峯を示していない。

以上のように、波の進行にともない、水面の水平方向水粒子速度の最大値は波速に近づき、砕波点近

くでほぼ等しくなることが、実験的に明らかになったが、一様水深部から斜面上に進入して砕波点に近づくと、波形がやせほそってくる。合田³⁾によれば、砕波高に関しては、水底勾配が1/50以下の緩勾配では一様水深の場合の砕波高と同じとみなしうると述べており、この実験での勾配が1/200で1/50よりはるかに小さいわけであるが、波形に対しては1/200というきわめて緩やかな勾配でも斜面の影響があらわれるのは興味深い。さらに、Laitone¹⁾のクノイド波の第2近似解では、波の峯での最大水平方向水粒子速度が波速よりかなり大きくなることがわかった。このことは、すでに第3章の水深減少による水粒子速度の変化で、斜面上砕波近傍の波の峯の位相における水平方向水粒子速度の鉛直分布のところでも述べたことである。

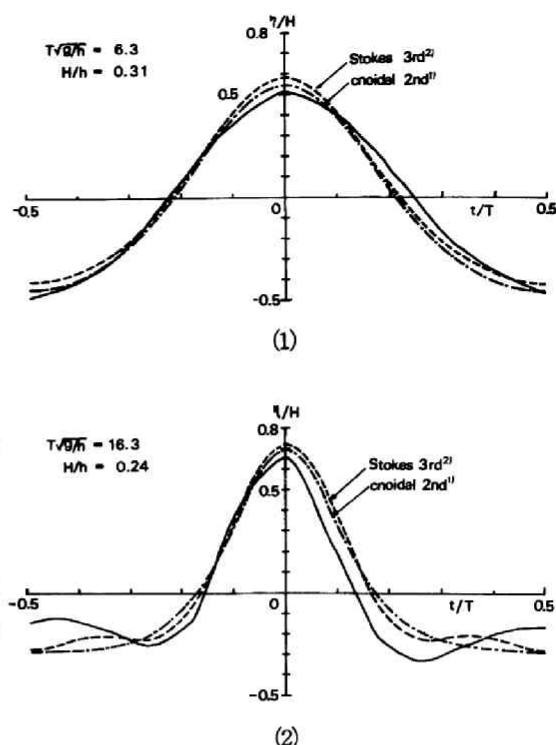


図-3.4.7 (1), (2) 一様水深部での時間波形

第4節 砕波近傍における有限振幅波理論

第3節においては、水平床とみなしう程度のゆるやかな1/200の勾配斜面上に進入した波の砕波付近では、波の峯での水平方向水粒子速度が、波速の90%以上となり、従来進行波の砕波条件として用いられてきた、波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しいという仮定の妥当性が実験的にほぼ確かめられた。しかし、実験におけるその場合の $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値を用いて求めた、Skjelbreia²⁾のStokes波の第3次近似解およびLaitone¹⁾のクノイド波の第2近似解による水平方向水粒子速度のうち、クノイド波の波の峯での値は、波速よりかなり大きい場合が多いことがわかった。ここでは、Stokes波理論とクノイド波理論による水平方向水粒子速度を、特に H/h の値が大きい場合について詳細に検討してみることにする。

まず、従来の進行波の最高波の条件の1つとして、浜田⁴⁾のもの、

$$\frac{H}{L} \coth \frac{2\pi h}{L} = 0.142 \quad \dots\dots\dots (3.4.1)$$

を満足する h/L と H/L の値の組み合わせを、Skjelbreia²⁾のStokes波の第3次近似解に代入し、

1 波長間の水粒子速度のベクトルを求める。図-3.4.8はその1例であり、 $h/L = 0.103$ 、 $H/L = 0.0809$ の場合で、図中にはこれらの値を $T\sqrt{g/h}$ および H/h の値で示してある。図には、半波長分しか示していないが、のこりの半波長 $-0.5 \leq X/L \leq 0$ では、水粒子速度の鉛直座標 z 方向成分 w の符号が逆になるだけである。ここで、 $X = x - ct$ である。図中には、破線で波速 c を無次元化した c/\sqrt{gh} のベクトルをも示している。この例の場合は、波の峯での水粒子速度のベクトルの大きさは、若干波速ベクトルの大きさよりも大きくなっている。

つぎに、同様なことを Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解について求めてみる。砕波限界としては、孤立波の砕波限界の1つとして、Laitone¹⁾ のもの、

$$\frac{H}{h} = 0.727 \quad \dots\dots\dots (3.4.2)$$

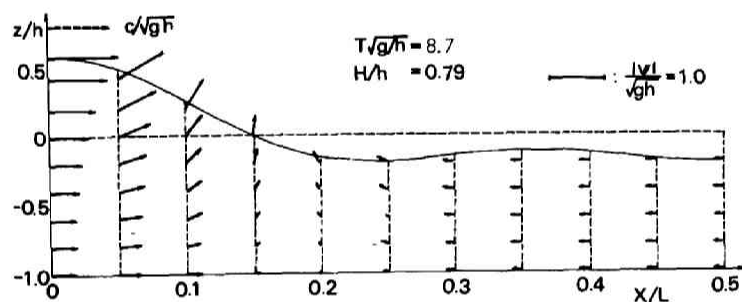


図-3.4.8 浜田⁴⁾の最高波の条件での Skjelbreia²⁾ の Stokes 波の第3次近似解の水粒子速度ベクトル

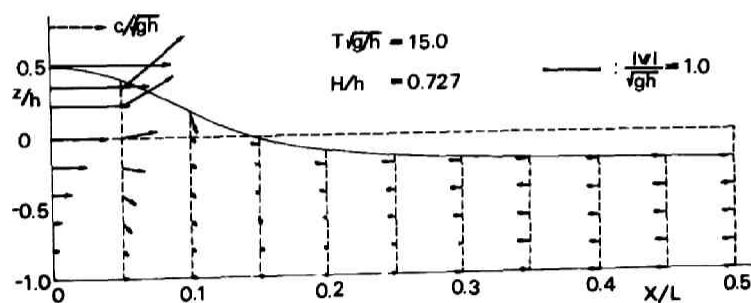


図-3.4.9 Laitone¹⁾の最高波の条件でのクノイド波¹⁾の第2近似解の水粒子速度ベクトル

を用い、 $T\sqrt{g/h}$ の値としては 15.0を与えて得られたベクトル図が図-3.4.9である。図を見て明らかのように、図-3.4.8の Stokes 波の場合と同様、波の峯での水粒子速度は、波速より大きく約2倍にも達している。また $X/L = 0.1$ の付近でのベクトルの向きが鉛直下向きになっているものがある。

以上のように、従来の進行波の最高波の条件を用いて、Stokes 波およびクノイド波理論における水粒子速度場を検討したところ、かならずしも波の峯での水平方向水粒子速度 u_c は波速 c に等しくなく、上述の2例ではいずれも波速より大きかった。ここで、さらに一般的に2つの波理論における u_c/c が、従来のいくつかの最高波の条件においてどのような値をとるかを調べてみることにする。図-3.4.10はその結果である。図で横軸は $T\sqrt{g/h}$ 、縦軸は u_c/c であり、図中の5つの曲線のうち下側の2つは、(3.4.1)式で示した浜田⁴⁾の最高波の条件および表-3.4.2に示した首藤⁵⁾の最高波の条件における Skjelbreia²⁾の Stokes 波の第3次近似解、また上側の3つは、それぞれ孤立波に関する山田⁶⁾

$$\frac{H}{h} = 0.828 \quad \dots\dots\dots (3.4.3)$$

McCowan⁷⁾

$$\frac{H}{h} = 0.78 \quad \dots\dots\dots (3.4.4)$$

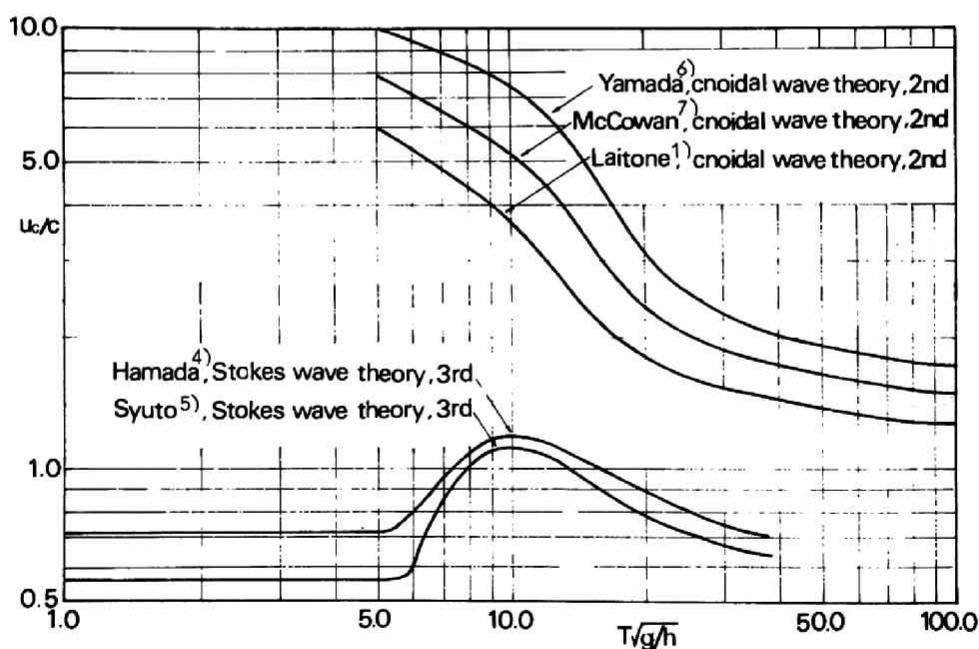


図-3.4.10 従来の最高波の条件^{4), 5) ~ 7)}での Stokes 波²⁾
およびクノイド波理論¹⁾の波の峯での水平方向水粒子速度

および (3.4.2) 式で示した Laitone¹⁾ の最高波の条件における, Laitone のクノイド波の第2近似解によるものである。

図を見てわかるように, Stokes 波およびクノイド波理論とも, 一般に各最高波の条件において $u_c/c = 1.0$ にはならない。

Stokes 波は, 浜田および首藤の最高波の条件の場合, $7.0 \leq T\sqrt{g/h} \leq 17.0$ の間で, $u_c/c > 1.0$ になるが, それ以外では 1.0 より小さく, u_c/c の値が 1.0 になるのは $T\sqrt{g/h}$ の特定の値でだけである。一方, クノイド波は, 山田, McCowan および Laitone のいずれの最高波の条件においても, $T\sqrt{g/h} \leq 100$ の範囲では u_c/c の値は 1.0 よりはるかに大きい。

いま, Laitone のクノイド波の第2近似解について, $u_c/c = 1.0$ を満たすような $T\sqrt{g/h}$ と H/h の関係を調べるために, とくに $6.0 \leq T\sqrt{g/h} \leq 36.0$ の範囲で, H/h の値を 0.4 から 0.8 まで変えて, u_c/c の値を求めてみる。図-3.4.10 と同様, 横軸に $T\sqrt{g/h}$, 縦軸に u_c/c の値を取り, パラメータとして, H/h の値をとって示したのが図-3.4.11 である。ただ

表-3.4.2 首藤⁵⁾の最高波の条件

h/L	H/L
0.021	0.017
0.042	0.033
0.062	0.050
0.103	0.079
0.155	0.102
0.205	0.110
0.255	0.114
0.305	0.116
0.355	0.117
0.405	0.118
0.505	0.119
∞	0.119

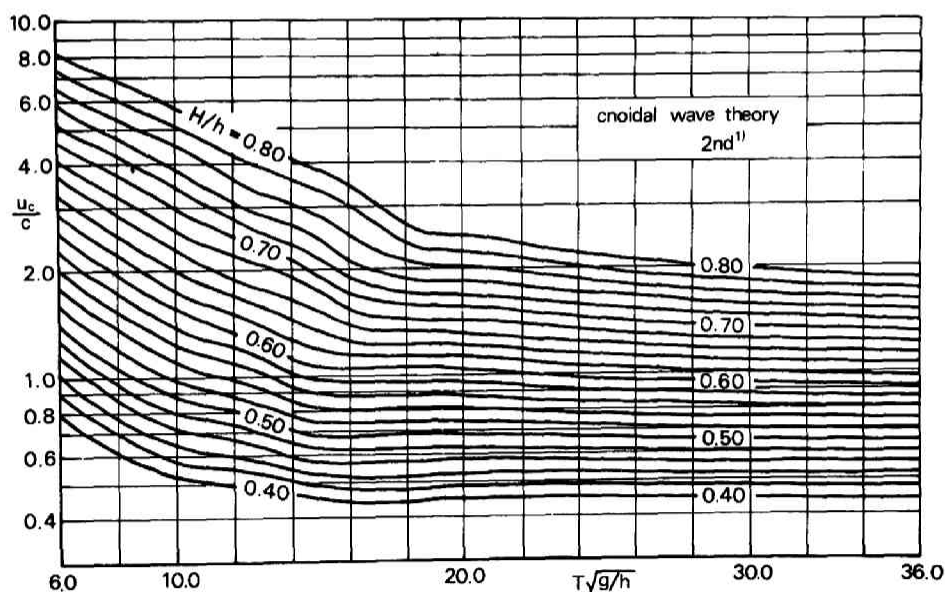


図-3.4.11

Laitone¹⁾ のクノイド波の第2近似解の波の峯での水平方向水粒子速度

し、 $T\sqrt{g/h} \geq 20.0$ では、クノイド波理論のかわりにハイパボリック波理論⁸⁾を用いている。この図からわかるように、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きいくほど $u_c/c = 1.0$ を与える H/h の値は大きくなり、 $T\sqrt{g/h}$ の値が 14.0 以上になると曲線の変化が少なく、 $u_c/c = 1.0$ を与える H/h の値はほぼ一定になってくるが、それでも 0.6 よりやや大きい程度で孤立波の最高波を与える 3 つの理論値のうちもっとも小さい Laitone の 0.727 よりもまだ小さい。

図-3.4.1 1 を用いて、Laitone のクノイド波の第 2 近似解において、 $u_c/c = 1.0$ を与える $T\sqrt{g/h}$ と H/h の関係を示したのが、図-3.4.1 2 である。上述のことはこの図からも明らかである。

以上のように、水平床での有限振幅波理論である Skjelbreia²⁾ の Stokes 波の第 3 次近似解および Laitone¹⁾ のクノイド波の第 2 近似解とも、従来の水平床での進行波の最高波の条件のもとで、波の峯での水平方向水粒子速度と波速は一般に等しくならず、波高が大きい碎波付近での 2 つの理論の適用には問題がある。とくに Laitone のクノイド波の第 2 近似解では、 $u_c/c = 1.0$ を与える H/h の値は、 $T\sqrt{g/h}$ の値の増加とともに増加するが、 $T\sqrt{g/h} = 36.0$ においてさえ $H/h = 0.63$ となり、山田⁶⁾、McCowan⁷⁾ および Laitone¹⁾ の孤立波の最高波の値よりかなり小さい。Laitone の最高波の条件は、 H/h の値の増加による鉛直方向水粒子速度の変化が、波の峯の付近ですべての z に対し逆転する限界の H/h の値をもって決めたものである。したがって、Laitone のクノイド波の第 2 近似解では、上述の鉛直方向水粒子速度の変化が逆転する以前に、波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなるわけで理論的には矛盾している。このように、波の峯での水平方向水粒子速度に関しては、Laitone のクノイド波の第 2 近似解は、従来周期の長い波に対する碎波限界として用いられてきた Laitone、McCowan および山田の最高波の条件では、いずれの場合も波速と比較して過大な値を与えるので、その適用性には問題があることになる。

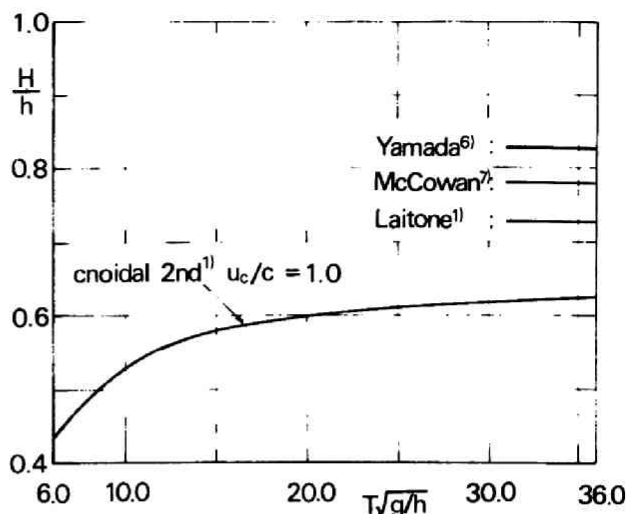


図-3.4.12 Laitone¹⁾ のクノイド波の第 2 近似解の波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなる条件

第 5 節 結 言

本章では、とくに従来進行波の碎波条件として、もっとも普通に仮定されている「波の峯での水粒子速度が波速に等しい」という条件を実験的に検討し、さらに碎波近傍での波動理論の適用性を検討した。

この実験では、1/200 という一様水深とみなしうるきわめてゆるやかな斜面上での、碎波近傍の進行

波を取扱い、とくに波の峯付近の水面での水平方向水粒子速度を測定することに努めたが、第2節で実験装置と実験方法について述べ、ついで第3節で、その実験結果を検討し、つぎのことがわかった。

すなわち、砕波点近傍で、波の峯の水平方向水粒子速度はほぼ波速に等しくなり、従来進行波の砕波条件として用いられてきた仮定がほぼ実験的に確かめられた。ただし、砕波点近傍での、波形および水面での水平方向水粒子速度の分布は、同じ条件での2つの理論による波形や速度分布とくらべて急峻であり、 $1/200$ というきわめて緩やかな斜面勾配の影響が予想外に大きいことが見出された。

つぎに、第4節では、Stokes 波とクノイド波理論の砕波限界における水粒子速度場について検討し、砕波点近傍における両理論の適用性について考察した結果、つぎのことがわかった。

すなわち、従来提案されているいくつかの砕波限界に対して、クノイド波や Stokes 波の理論を用いると、波の峯での水平方向水粒子速度は、一般に波速と等しくなく、とくに Laitone のクノイド波の第2近似解によるものは、波速よりかなり大きくなること、また、Laitone のクノイド波の第2近似解による波の峯での水平方向水粒子速度が波速に等しくなる H/h の値は、 $T\sqrt{g/h}$ の値が大きくなるにつれて増加するが、 $T\sqrt{g/h} = 3.6$ においても、 0.6 よりやや大きい程度で、Laitone の孤立波の砕波限界値 0.727 よりかなり小さく、砕波付近の水粒子速度に関しては、その適用に問題があること、などが見出された。

参 考 文 献

- 1) Laitone, E. V. : The second approximation to cnoidal and solitary waves, Jour. of Fluid Mech., Vol. 9, pp. 430~444, 1961.
- 2) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959,
- 3) 合田良実：砕波指標の整理について，土木学会論文報告集 No.180, pp. 39~49, 1970 - 8.
- 4) Hamada, T. : Breakers and beach erosions, Transportation Tech. Res. Inst. Report No.1, Ministry of Transportation, Japan, 1951.
- 5) 首藤伸夫：有限振幅波について，高次級数解による進行波の砕波限界，土木研究所報告第111号，1961.
- 6) Yamada, H. : On the highest solitary wave, Report of Res. Inst. for Appl. Mech., Vol. V, No.18, Kyushu Univ., Japan, pp.53~67, 1957.
- 7) McCowan, J. : On the highest wave of permanent type, Phil. Mag., Ser. 5, Vol. 38, pp. 351~358, 1894.
- 8) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第4報），— hyperbolic waves について(1) — ，京大防災研究所年報第10号B, pp. 283~294, 1967 3.

本論文は、浅海における波の変形のうちとくに水深減少に伴う波の1次元変形を、理論的かつ実験的に研究し、その統一的解明を試みたもので、その結果を要約すればつぎのようである。

緒論では、浅海における波の変形現象のもつ海岸工学および海岸水理学上の重要性を指摘するとともに、従来の研究が不十分であることを述べて、浅海での水深の減少に伴う有限振幅波の変形に関する本研究の目的および内容を明らかにした。

第1編第1章では、水深減少に伴う波の変形に関する従来の理論的研究を紹介し、その問題点を指摘して第1編の理論的研究の目的を述べた。

第1編第2章では、エネルギー・フラックス法によって水深減少にともなう波の変形を理論的に論じた。その結果、ともに非回転の有限振幅波である Stokes 波とハイパボリック波の理論を用いて求めた波高変化の理論曲線は、水深減少に伴って波高が増大する割合は微小振幅波理論によるものよりも大きいこと、沖波波形勾配をパラメータとして波高変化が表現されること、水深・沖波波長比が大きいと微小振幅波の曲線と一致すること、などの共通した傾向をもつことがわかった。また、水深・波長比が小さくなって碎波点に近づくと、波高が微小振幅波の理論値よりはるかに大きくなるという従来の実験的事実は、ここで求めたハイパボリック波の理論曲線によって説明できることがわかった。

第1編第3章では、斜面上を進行する有限振幅長波の解を求め、この理論を用いて水深減少にともなう波の変形、とくにエネルギー・フラックス法では説明できない波高変化におよぼす底勾配の影響と波形の非対称化を検討した。前者に関しては、同じ沖波波形勾配に対し、底勾配が緩やかなほど波高増加の割合が大きいこと、また後者に関しては、水深減少とともに波形がより前かがみな形になり、沖波波形勾配が大きいほどまた底勾配がゆるやかなほど、同じ水深・沖波波長比に対してその傾向が著しいこと、を理論的に明らかにした。

第2編第1章では、水深減少にともなう波の変形を実験的に調べた従来の研究を紹介し、その問題点を指摘して、第2編の実験的研究の目的を述べた。

第2編第2章では、水深減少に伴う波高および波速の変化に関する実験を行ない、第1編で得た理論結果と比較して、次のことがわかった。すなわち、沖波波形勾配が0.02より小さい波で、水深・沖波波長比が約0.05より小さい領域での波高変化は、底勾配1/20の場合はエネルギー・フラックス法によるハイパボリック波の理論曲線とよく一致し、沖波波形勾配が大きいほど波高は大きい、底勾配1/30の場合の実験値は、この理論波高よりやや大きく、その程度は斜面上の有限振幅長波理論によって予想される程度であるのに対し、底勾配1/10では、逆に理論波高よりはるかに小さく、その差は斜面上の有限振幅長波理論によって予想される以上に大きい。また、水深・沖波波長比が0.05より大きい領域での波高は、微小振幅波の理論曲線より大きく、その程度はエネルギー・フラックス法による Stokes 波の理論曲線によって予想される程度である。さらに、水深減少にともなう波速は減少するが、その値は微小振幅波に

よるものよりやや大きく、エネルギー・フラックス法によるハイパボリック波および Stokes 波の理論曲線の傾向とほぼ一致する。

第2編第3章では、ランダム波の水深減少にともなう変形を研究するための前段階として、合成波の成分波高の変化に関する実験を行なったが、その結果水深が減少し波が砕波点に近づいて波高が増大すると、その非線型効果が増大し、成分間の非線型干渉による2つの基本周波数の和と差の成分が無視しえないほどに成長することが明らかにされた。

第2編第4章では、水深減少にともなう波の峯高と波形の非対称性の変化の実験を行ない、第1編の理論結果と比較した。その結果、波の峯高は水深減少にともなって増加し、しかも沖波波形勾配が大きいほど大きくなり、エネルギー・フラックス法による理論曲線の傾向と一致することがわかった。しかしながら、実験値そのものが理論曲線と一致する沖波波形勾配は、底勾配 $1/30$ の場合はほぼ 0.011 以上、 $1/20$ の場合はほぼ 0.035 以上、 $1/10$ の場合はほぼ 0.048 以上のものに限られ、それ以下の沖波波形勾配の場合は、沖波波形勾配が小さくなるほど理論値より小さくなり、その差も大きくなる。また、底勾配が大きくなるほど実験値と理論値の差は大きいことがわかった。波の非対称性を表わす ϵ_c/T の値は、水深減少にともなって減少し、しかも沖波波形勾配が大きいほど小さくなり、定性的には斜面上の有限振幅長波理論による理論曲線と同じ傾向にあるが、実験値は、理論曲線とくらべて、水深・沖波波長比の大きい領域ですでに減少をはじめ、減少の割合も理論曲線にくらべて大きいことが見出された。

第3編第1章では、波の運動に伴う水粒子速度に関する従来の研究を従ってその問題点を指摘し、第3編の研究の目的を述べた。

第3編第2章では、まず一様水深での波による水平方向水粒子速度の時間変化および鉛直分布を測定し、理論の適用性について検討した。その結果時間変化に関しては、 $T\sqrt{g/h} \geq 14$ で、また鉛直分布に関しては $T\sqrt{g/h} \geq 10$ で、Stokes 波理論よりむしろハイパボリック波理論を用いるべきであることが見出された。

第3編第3章では、斜面上を進行する波の水粒子速度を測定し、一様水深での有限振幅波理論と比較して、水深減少に伴う水粒子速度の変化の特性を調べた。その結果、水平方向水粒子速度の波の峯および谷の位相における値は、ともに水深の減少にともなって増加し、とくに波の峯の位相での値のうち水面付近で増加が急激であること、峯の位相での実験値の鉛直分布を、Stokes 波の理論値とくらべると、分布の形はほぼ似ているが、値そのものは実験値の方が小さいこと、クノイド波の理論値は、分布の傾きが急で、水面付近では、実験値よりはるかに大きく、このことは一様水深においても波高の大きい場合に生じるクノイド波理論特有の傾向であること、などがわかった。

第3編第4章では、砕波近傍の水粒子速度を測定し、砕波点近傍で、波の峯の水平方向水粒子速度はほぼ波速に等しくなり、従来進行波の砕波限界として用いられてきた仮定を実験的に確かめることができた。さらに、砕波近傍における Stokes 波とクノイド波理論の適用性について検討し、従来提案されているいくつかの砕波限界に対して両理論を用いると、波の峯での水平方向水粒子速度は、一般に波速に等しくならないで、とくに Laitone のクノイド波の第2近似解によるものは、波速よりかなり大きくなること、ま

た、この理論で波の峯での水粒子速度が波速に等しくなる波高・水深比は、Laitone の孤立波の砕波限界よりかなり小さく、砕波近傍の水粒子速度に関してはその適用に問題があることを述べた。

最後に、本研究を遂行するにあたり御鞭達賜った京都大学工学部石原藤次郎教授ならびに研究の全過程にわたって終始御指導いただいた京都大学工学部岩垣雄一教授に哀心より感謝の意を表するとともに、水理学ならびに海岸工学上の諸問題についてしばしば御教示をいただいた京都大学工学部岩佐義朗教授、防災研究所土屋義人教授、工学部中川博次教授ならびに鳥取大学工学部野田英明教授に深く感謝する。また本論文作製にあたって御助力いただいた京都大学工学部土木工学教室および防災研究所の職員ならびに学生諸氏に謝意を表する。

